

UNIVERSIDADE DE LISBOA
FACULDADE DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA GEOGRÁFICA, GEOFÍSICA E ENERGIA



Modelação matemática de um sistema elétrico isolado com programação lógica de armazenamento hídrico

Ivo Miguel dos Santos Félix

Mestrado Integrado em Engenharia da Energia e do Ambiente

Dissertação orientada por:
Ana Estanqueiro (LNEG)
Joaquim Duque (LNEG)

Resumo

Vive-se atualmente um período de transição no paradigma de produção energética, de um sistema centralizado de centrais despacháveis e forte dependência em combustíveis fósseis, para um sistema que integre um *mix* energético mais diverso e descarbonizado. As energias renováveis com a sua forte variabilidade implicam novos desafios do ponto de vista da gestão da rede elétrica, quer para manter o equilíbrio entre produção e consumo ou para encontrar a melhor sinergia entre as diferentes fontes energéticas. Um ótimo aproveitamento destas sinergias e o armazenamento de energia facilitam extraordinariamente a gestão de uma rede com elevada penetração de renováveis, mas o futuro passa também por desenvolver novas ferramentas de planeamento. São estas as vertentes exploradas nesta tese, é definido um modelo em GAMS (*Generic Algebraic Modeling System*) para cálculo do fluxo de potência otimizado, que inclui diferentes fontes de energia renovável (eólica e solar fotovoltaica), geradores *diesel* e um sistema de armazenamento hídrico de bombagem pura, sendo otimizado o resultado global num dado horizonte temporal e calculados os valores das variáveis da rede em cada barramento e para cada instante, para determinar a melhor sinergia entre todas as fontes de energia disponíveis. Adicionalmente, partindo da álgebra Booleana, foi definido um método de controlo lógico dos elementos do modelo que permite adaptar a operação do modelo a diferentes lógicas de funcionamento ou estratégias de longo termo, para além de apenas a escolha de uma função objetivo, como a minimização do custo ou das perdas.

O caso de estudo é a ilha de Santiago, em Cabo Verde, que tratando-se de uma pequena rede elétrica isolada é mais desafiante do ponto de vista de gestão da rede, o que a torna uma boa base para o teste de novos métodos de gestão, até porque em consequência das metas estabelecidas pelo governo para 2020, a ilha conta já com uma penetração de renováveis significativa e existem numerosas centrais em projeto, tanto eólicas como solares, incluindo um sistema de armazenamento hídrico.

Todos estes elementos, incluindo também aproximações para todos os parâmetros da rede desconhecidos, perfis de consumo, e recurso renovável disponível, foram integrados num único modelo funcional e completo. Foi assim criada uma ferramenta muito flexível para apoiar as decisões dos operadores de um SEP na escala do *day-ahead planning*. Adicionalmente, o modelo é muito eficiente, para o tempo de simulação estudado (48h) todos os cenários foram resolvidos em menos de 1min, a maioria até em poucos segundos. Esse tempo de resolução é em grande medida devida à modelação definida para o armazenamento hídrico, que recorrendo a uma linearização por troços é completamente linear sem grandes sacrifícios na precisão dos resultados, e ademais adaptável à precisão ou tempo de resolução requeridos.

Verificou-se que dada a escassez de água da ilha o sistema hídrico em projeto tem uma capacidade de geração diminuta e deverá ser considerado exclusivamente como sistema de armazenamento. No entanto mesmo nesta função revelou-se insuficiente para as necessidades da ilha, tanto a nível de capacidade de armazenamento como de potência pico. Não obstante, o sistema hídrico é útil se for mantido como elemento de regulação, e recomenda-se também que o *diesel* seja mantido como reserva girante mantendo um nível de 50% do consumo, em linha com as metas estabelecidas pelo governo de 50% de produção renovável.

Palavras-chave: rede elétrica, fluxo de potência, otimização, *optimal power flow*, energias renováveis, modelação, álgebra booleana

Abstract

A major shift in the power generation paradigm is currently underway, from a centralized network of dispatchable plants and a strong reliance on fossil fuels, to a more diverse and decarbonized energy mix. The power oscillations of renewable energy sources will present new challenges from a grid management perspective, both for load balancing and for finding the best synergy between all available power sources. A good exploitation of these synergies combined with energy storage systems can greatly facilitate the management of a power grid with high renewable energy penetration, but the future will also require new planning tools. These are the solutions that the present thesis will explore, a model is defined in GAMS (Generic Algebraic Modeling System) for solving the optimal power flow, which includes different types of renewables (wind and solar PV), diesel generators and a pure pumped-storage hydroelectric system, the global result for a given time-frame is optimized and the system variables at each bus are determined for each instant, to determine the best synergy between all available energy sources. Additionally, starting from Boolean algebra, a method for logical control of the model elements was defined that enables the model to be adapted to different operational conditions or long-term strategies, beyond the choice of an objective function, like minimizing cost or transmission losses.

The case study is the island of Santiago, Cape Verde, that as a small isolated grid is more challenging from a grid management standpoint, which makes it a good basis for testing new management methods, besides, in result of the goals established by the government for 2020, the island already has a high renewable energy penetration, with many more projects planned, including wind, solar PV and a pumped-storage hydroelectricity system.

All of these elements, including also approximations for all unknown grid parameters, load profiles and available renewable resource, were integrated in a single functional and complete model. The result was a very flexible tool to support the decisions of power grid operators in the day-ahead planning timeframe. Moreover, the model is very efficient, for the simulation duration considered (48h) all scenarios were solved in less than 1min, in most cases in just a few seconds. This solving time was achieved, in great degree, thanks to the modeling approach employed for the pumped-storage system, which through a piecewise linear approximation defines a completely linear model without much compromise in precision, and is furthermore adaptable to the precision or solving time required.

Given the water scarcity of the island, the generation potential of the hydroelectricity project turned out to be very low, and should be considered exclusively as a storage system. However, even in this respect it still proved to be insufficient for the needs of the island's power system in both storage capacity and peak power. Regardless, it is still useful if kept as a regulation element, and the diesel generators are recommended to be kept as spinning reserves, keeping a level of 50% of the load, in line with the goals established by the government for 50% of energy from renewables.

Keywords: power grid, power flow, optimization, optimal power flow, renewable energy, power system modeling, Boolean algebra

Índice

Índice de Figuras	v
Índice de Tabelas.....	v
Simbologia e Notações.....	vi
Capítulo 1 – Introdução.....	1
1.1. Motivação da dissertação	1
1.2. Objetivos	1
Capítulo 2 – Apresentação do problema	3
2.1. A problemática da gestão de redes elétricas.....	3
2.2. Abordagem atual	4
2.3. Programação matemática	6
Capítulo 3 – Definição do modelo	9
3.1. Álgebra booleana e variáveis binárias em GAMS	10
3.1.1. Acoplamento entre as variáveis contínuas e binárias	10
3.1.2. Álgebra booleana.....	11
3.1.3. Mapas de Karnaugh.....	13
3.2. Linhas de transmissão	15
3.3. Transformadores.....	15
3.4. Geradores	16
3.4.1. Diesel.....	16
3.4.2. Armazenamento hídrico	17
3.4.3. Eólica.....	26
3.4.4. Solar	27
3.5. Cargas.....	30
3.6. Da lógica às equações de restrição	32
3.7. Inicialização e simplificações consideradas	35
Capítulo 4 – Definição e otimização de cenários	37
4.1. Definição dos cenários	39
4.2. Análise preliminar	39
4.3. Resultados dos cenários	44
4.3.1. Cenário Fev-Base	44
4.3.2. Cenário Fev-Intermédio	45
4.3.3. Cenário Fev-2020	46
4.3.4. Cenário Ago-Base	49
4.3.5. Cenário Ago-Intermédio	50
4.3.6. Cenário Ago-2020	51
Capítulo 5 – Conclusões.....	53
5.1. Trabalhos futuros.....	54

Referências	55
Anexos.....	58

Índice de Figuras

Figura 1 - Esquema unifilar da rede elétrica da ilha de Santiago [1]	9
Figura 2 – Modelo equivalente em π de uma linha de transmissão.....	15
Figura 3 – Modelo do transformador real	15
Figura 4 – Modelo simplificado do transformador real	16
Figura 5 - Modelo em π do transformador	16
Figura 6 - Curva de eficiência da turbina [26]	19
Figura 7 - Interpolação linear do caudal.....	20
Figura 8 - Curva de volumes armazenados para a albufeira de montante, altura em função do volume [25].....	23
Figura 9 - Curva de volume armazenados para a albufeira de jusante, altura em função do volume [25].....	23
Figura 10 - Curva de volumes armazenados para a albufeira de montante, área em função do volume [25].....	24
Figura 11 - Curva de volumes armazenados para a albufeira de jusante, área em função do volume [25].....	24
Figura 12 - Caudal de infiltração em função do nível da água na albufeira de jusante.....	26
Figura 13 - Curva de potência dos aerogeradores	27
Figura 14 - Curva de eficiência de um inversor de 2010 (USI-5000TL) [46].....	30
Figura 15 – Nível de geração relativamente à carga para determinado instante e pontos notáveis de produção.....	32
Figura 16 - Definição das variáveis binárias do nível de produção para cada intervalo	32
Figura 17 – Médias mensais de vento, temperatura e insolação	37
Figura 18 - Resultados do ACOPF para 1 semana sem hídrica do cenário Fev-2020	40
Figura 19 - DCOPF para 48h do cenário Fev-2020	41
Figura 20 - ACOPF para 48h do cenário Fev-2020	41
Figura 21 - Resultados para um período de simulação de 1 semana, cenário Ago-2020	42
Figura 22 - Resultados para um período de simulação de 1 semana, cenário Fev-2020.....	43
Figura 23 - Resultados do cenário Fev-Base.....	44
Figura 24 - Resultados do cenário Fev-Intermédio	45
Figura 25 - Resultados do cenário Fev-2020.....	46
Figura 26 - Resultados do cenário Fev-2020 em regime de contingência	47
Figura 27 - Resultados do cenário Fev-2020 em regime de contingência sem controlo lógico.....	48
Figura 28 - Resultados do cenário Fev-2020 sem armazenamento hídrico.....	49
Figura 29 - Resultados do cenário Ago-Base.....	50
Figura 30 - Resultados do cenário Ago-Intermédio	51
Figura 31 - Resultados do cenário Ago-2020.....	52

Índice de Tabelas

Tabela 1 - Impacto da redução das perdas de transmissão.....	7
Tabela 2 - Operações booleanas básicas	11
Tabela 3 - Correspondência entre acontecimentos booleanos e variáveis binárias em GAMS	12
Tabela 4 - Operações booleanas secundárias	13
Tabela 5 - Tabela de verdade para a relação entre E, estado do sistema em que a hídrica pode satisfazer todas as necessidades de produção, D, <i>diesel</i> em operação e V_M , albufeira de montante vazia ou com água armazenada insuficiente para turbinar	14
Tabela 6 - Mapa de Karnaugh da relação entre E, estado do sistema em que a hídrica pode satisfazer todas as necessidades de produção, D, <i>diesel</i> em operação e V_M , albufeira de montante vazia ou com água armazenada insuficiente para turbinar	14

Tabela 7 - Comparação entre as ilhas de Santiago e da Madeira [47]–[51].....	31
Tabela 8 - Mapa de Karnaugh para a imposição de turbinagem	33
Tabela 9 - Mapa de Karnaugh para a imposição de bombagem.....	34
Tabela 10 - Mapa de Karnaugh para a inibição do <i>diesel</i> quando é imposta turbinagem	34
Tabela 11 - Projetos de energia renovável para a ilha de Santiago	38
Tabela 12 – Resumo dos cenários considerados	39
Tabela 13 - Balanço hídrico para a simulação de 1 semana, cenário 2020 para Agosto.....	42
Tabela 14 - Balanço hídrico para a simulação de 1 semana, cenário 2020 para Fevereiro	43

Simbologia e Notações

SEP – Sistema Eletro-produtor

LVRT – *Low Voltage Ride-Through*

OPF – *Optimal Power Flow* (fluxo de potência otimizado)

GAMS – *Generic Algebraic Modeling System*

PSS®E – *Power System Simulator for Engineering*

LP – *Linear Programming*

MIP – *Mixed Integer Programming*

NLP – *Nonlinear Programming*

MINLP – *Mixed Integer Nonlinear Problem*

DNLP – *Discontinuous Derivatives Nonlinear Programming*

RSU – Resíduos Sólidos Urbanos

LCoE – *Levelized Cost of Energy*

GDP – *Generalized Disjunctive Programming*

UTC – Coordinated Universal Time

NPA – Nível de Pleno Armazenamento

NmE – Nível Mínimo de Exploração

NMC – Nível Máximo de Cheia

DFIG – *Doubly Fed Induction Generator*

PIB – Produto Interno Bruto

PPC – Paridade do Poder de Compra

STC – *Standard Test Conditions*

DCOPF – *Direct Current Optimal Power Flow*

ACOPF – *Alternating Current Optimal Power Flow*

SCOPF – *Security Constrained Optimal Power Flow*

Capítulo 1 – Introdução

1.1. Motivação da dissertação

A crescente consciencialização ambiental tem conduzido a uma procura cada vez maior de alternativas aos combustíveis fósseis. Energias renováveis como a hídrica, eólica e solar, têm vindo cada vez mais a afirmar-se como alternativas sustentáveis viáveis com as suas próprias particularidades e desafios. A sua variabilidade de produção e mecanismos de controlo, mais ou menos limitados, introduzem novos problemas do ponto de vista da gestão da rede elétrica, quer para manter o equilíbrio entre produção e consumo ou para encontrar a melhor sinergia entre as diferentes fontes energéticas.

O aumento da penetração de renováveis com maior sustentabilidade passa pelo desenvolvimento de sistemas de planeamento mais eficientes. A abordagem tradicional do fluxo de potência ou *power flow*, passa pela imposição de restrições a algumas variáveis elétricas em cada barramento, de forma a criar um sistema determinado. Mantém-se ainda largamente inexplorada a possibilidade do recurso à programação matemática, menos restritiva, que com a maturação dos algoritmos empregues e aumento da capacidade de processamento, constitui uma alternativa viável com potencial para gerar soluções otimizadas ainda para outras perspetivas de índole económica, ambiental, etc...

Uma pequena rede elétrica isolada, como é o caso da ilha de Santiago, em Cabo Verde, constitui um desafio acrescido em termos de gestão da rede elétrica para a implementação de energias renováveis, o que a torna um caso de estudo interessante para o teste de novos métodos de gestão. Adicionalmente, o governo de Cabo Verde já definiu metas para uma produção elétrica 50% renovável até 2020, [1] e o sistema electroprodutor deste estudo já conta com uma significativa penetração de renováveis.

A variabilidade do recurso renovável é a principal desvantagem das energias renováveis, no entanto é possível atenuá-la através do armazenamento de energia ou da sinergia que ocorre entre diferentes fontes de energia renovável, como a eólica e a solar. É sobre estas duas estratégias que se irá debruçar a presente tese, visto que uma solução de otimização poderá tirar o máximo partido deste tipo de sinergias, ainda mais se associada a uma modelação rigorosa do armazenamento hídrico, que é atualmente o armazenamento economicamente mais viável para grandes quantidades de energia.

1.2. Objetivos

Pretende-se recorrer à programação matemática, para calcular o fluxo de potência otimizado de um modelo em GAMS (*Generic Algebraic Modeling System*) da rede elétrica da ilha de Santiago, com o intuito de efetuar um estudo do ponto de vista do planeamento do nível de produção de cada central (*dispatch*) num horizonte temporal de alguns dias, e do nível de penetração de renováveis na rede que é possível atingir caso exista uma gestão cuidada da rede e equipamentos de controlo adequados.

Tem por base o modelo de *optimal power flow* desenvolvido pelo Doutor Joaquim Duque no LNEG [2], que foi já validado e expandido pela minha colega Raquel Castanho, na sua tese *Análise de sensibilidade da capacidade de transporte da rede elétrica ao aumento da produção renovável distribuída: desenvolvimento de modelos de otimização*. [3] Este modelo foi posteriormente estendido para uma otimização temporal ao invés de para um único instante, acrescido de toda a modelação necessária para a integração de energia solar, eólica e armazenamento hídrico no modelo, e aplicado ao caso de estudo da ilha de Santiago, em Cabo Verde. Nesta modelação, o desenvolvimento de novas metodologias para a modelação do armazenamento hídrico adequadas para o *optimal power flow* foi o principal foco.

Esta tese surge também na sequência do trabalho *Modelação Dinâmica de rede com integração de centrais eólicas* do meu colega Egas Mascarenhas, [4] que efetuou um estudo em Simulink do ponto de vista da qualidade da energia elétrica da ilha de Santiago com o aumento da penetração da energia eólica. Este tipo de problemas de qualidade de energia estão geralmente relacionados com fenómenos transitórios, que ocorrem tipicamente numa escala temporal da ordem dos segundos, a duração total das simulações geradas pelo meu colega é de apenas 1min. Na presente tese irá assumir-se que a problemática da qualidade de energia já foi abordada em pormenor na tese do meu colega, e irá considerar-se uma maior escala temporal, com simulações de vários dias e uma discretização temporal de 1h. Nesta resolução temporal, é possível desprezar a maioria dos efeitos transitórios e assumir que foi atingido o estado estacionário, lidando-se com valores médios, os problemas de qualidade de energia estão portanto fora do domínio desta tese.

Capítulo 2 – Apresentação do problema

2.1. A problemática da gestão de redes elétricas

Excetuando problemas relacionados com a própria manutenção da infraestrutura da rede e disponibilidade de energia primária, a principal dificuldade da gestão de um sistema eletroprodutor (SEP) é garantir o equilíbrio entre produção e consumo. Qualquer desequilíbrio que ocorra irá resultar em perturbações da frequência ou da amplitude da tensão da rede, conforme estes desequilíbrios ocorram na potência ativa ou reativa, respetivamente, e devem ser corrigidos com a maior brevidade possível, antes que um gerador da rede atinja os seus limites técnicos de operação, conduzindo à sua desconexão e agravando o desequilíbrio já observado, podendo mesmo conduzir a uma falha em cascata (*cascading failure*) de outros geradores da rede, conforme o tipo de gerador. É então fundamental a manutenção do equilíbrio produção-consumo, não só para a estabilidade e fiabilidade do sistema como também para evitar problemas de qualidade de energia, geralmente expressos por métricas das perturbações que ocorrem a nível da tensão. A generalidade dos problemas de qualidade de energia decorrem de fenómenos transitórios que têm lugar num curto horizonte temporal (menos de 1 minuto). No horizonte temporal em que esta tese se irá focar (cerca de 1 hora), as métricas de qualidade de energia perdem a relevância, e garantir a fiabilidade do SEP é a principal prioridade.

Para tal são fundamentais métodos fiáveis para:

- Prever o consumo, que permitam tomar decisões atempadas, e;
- Calcular a produção necessária em cada central que irá satisfazer esse consumo, tendo em conta o seu tempo de resposta e métodos de controlo.

O consumo está diretamente relacionado com o clima, atividades económicas e população de uma dada região. Sofre geralmente oscilações em ciclos diários, semanais e anuais, e existem numerosos modelos para a sua previsão em diferentes escalas temporais, já com elevado grau de maturação. No curto prazo, o clima é o fator mais importante na previsão do consumo, pelo que a fiabilidade das previsões respetivas é fortemente dependente da fiabilidade das previsões climáticas. [5]

Tradicionalmente, a produção era assegurada maioritariamente por centrais convencionais a combustíveis fósseis, com o apoio da produção hídrica. Tratava-se de um modelo assente na capacidade de controlo do nível de produção destas centrais (centrais despacháveis), no qual a principal dificuldade em atingir o nível de produção requerido era a consideração dos diferentes tempos de resposta de cada central. Tem-se verificado no entanto que as preocupações do foro ambiental se têm tornado progressivamente uma influência cada vez maior sobre a produção de energia, e tem-se assistido a uma mudança de paradigma, no qual as energias renováveis assumem um papel preponderante.

Fontes de energia renovável não-convencionais como a solar e a eólica têm uma produção sujeita às condições climáticas, muito variáveis no tempo, com uma capacidade de controlo de produção limitada. Estas oscilações de produção tornam-se problemáticas, visto que a rede poderá não ter reserva girante suficiente para suprir as quebras de produção destas renováveis, ou capacidade de redução da produção para reagir aos excessos de produção renovável. Recorde-se também que, tal como já foi mencionado, as condições climáticas constituem o fator mais importante para a previsão do consumo a curto-prazo, aumentando assim a incerteza dos cálculos necessários ao equilíbrio entre produção e consumo. Esta incerteza torna o SEP mais vulnerável a instabilizações da frequência e da tensão da rede quando ocorrem flutuações de produção ou a rede está a operar em regime de contingência. Em certas condições, a entrada em operação dos circuitos de proteção dos diferentes elementos da rede, pode mesmo conduzir a falhas em cascata (*cascading failure*). [6] Adicionalmente, muitas centrais renováveis não têm capacidade de manter a produção em regime de contingência, tornando a gestão de um SEP com elevada penetração de renováveis ainda mais desafiante. Centrais renováveis mais recentes têm capacidade de LVRT (*Low Voltage Ride-*

Through), tornando-as menos sensíveis a este tipo de eventos, mas ainda não são ubíquas. Para uma elevada penetração renovável é então sempre necessária uma maior flexibilidade do SEP para acomodar estas desvantagens das energias renováveis. Sobretudo quando se tratam de penetrações de energia renovável superiores a 40%, como é o caso dos objetivos estabelecidos para a ilha de Santiago, que apontam para 50%, e ainda mais sendo uma rede eléctrica isolada e de pequena dimensão (uma rede eléctrica fraca), visto que as oscilações de potência de produção envolvidas poderão corresponder a uma percentagem significativa do consumo total da rede. A energia renovável em excesso pode ser reduzida (*curtailment*) desligando as centrais renováveis desnecessárias ou reduzindo a potência produzida, através de métodos como o controlo de *pitch* das pás das turbinas, a título de exemplo para a produção eólica, ou da tensão dos painéis, no caso da produção solar, no entanto estas reduções em produção renovável têm as suas próprias consequências a nível económico. O desenvolvimento de novas abordagens otimizadas para do fluxo de potência na rede poderá ser fundamental para aumentar a fiabilidade e rentabilidade das fontes de energia renovável. [7]–[9]

2.2. Abordagem atual

Será agora descrita a abordagem mais usada pelos operadores do SEP na modelação dos fluxos de potência. Na resolução temporal em que a presente tese se irá focar (cerca de 1h), é possível desprezar a maioria dos efeitos transitórios e assumir que foi atingido o estado estacionário. Sob esta suposição, é possível considerar o sistema electroprodutor como uma coleção de barramentos com interligações e *inputs/outputs* de energia (geradores e cargas, respetivamente), todos estes elementos caracterizados por grandezas eléctricas médias, de acordo com a representação em fasores. Deste modo, cada elemento da rede pode ser caracterizado da seguinte forma:

- Interligações entre barramentos – pela admitância entre os barramentos (\overline{Y}_{ik}), definida pela sua componente real (condutância, G_{ik}) e componente imaginária (suscetância, B_{ik});
- Barramentos – pela tensão complexa no barramento (\overline{V}_i), definida pela sua magnitude (V_i) e fase (θ_i);
- Geradores – pela potência aparente total de todos os geradores ligados diretamente ao barramento ($\overline{S}_i^{\text{geradores}}$), definida pela sua componente real (potência ativa, $P_i^{\text{geradores}}$) e componente imaginária (potência reativa, $Q_i^{\text{geradores}}$);
- Cargas – pela potência aparente total de todas as cargas ligadas diretamente ao barramento ($\overline{S}_i^{\text{cargas}}$), definida pela sua componente real (potência ativa, P_i^{cargas}) e componente imaginária (potência reativa, Q_i^{cargas});

Para cada barramento é então relacionada a potência injetada com os fluxos de potência para os barramentos topologicamente adjacentes:

$$\overline{S}_i^{\text{geradores}} - \overline{S}_i^{\text{cargas}} = \overline{S}_i^{\text{injetada}} = \overline{V}_i \sum_{k=1}^n \left(\left(\overline{V}_i - \overline{V}_k \right) \overline{Y}_{ik} \right)^* \quad (1)$$

E decompondo estes parâmetros nas suas componentes reais e complexas:

$$\begin{aligned} P_i^{\text{geradores}} - P_i^{\text{cargas}} &= P_i^{\text{injetada}} = \\ &= \sum_{k=1}^n \left(V_i^2 G_{ik} - V_i V_k \cos(\theta_i - \theta_k) G_{ik} - V_i V_k \sin(\theta_i - \theta_k) B_{ik} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

$$Q_i^{\text{geradores}} - Q_i^{\text{cargas}} = Q_i^{\text{injetada}} = \sum_{k=1}^n \left(-V_i^2 B_{ik} + V_i V_k \cos(\theta_i - \theta_k) B_{ik} - V_i V_k \sin(\theta_i - \theta_k) G_{ik} \right) \quad (3)$$

São geralmente conhecidas as potências das cargas, logo para uma rede com n barramentos, temos então $2n$ equações e $4n$ incógnitas, formando um sistema indeterminado com inúmeras soluções possíveis. Está descrita a formulação matemática básica do problema, é agora no método de seleção das soluções possíveis que existe liberdade para tomar decisões.

A abordagem mais usual é o chamado estudo de fluxo de potência (*power-flow study*). De acordo com este método são fixos os valores de 2 das 4 variáveis existentes em cada barramento, reduzindo-se o sistema a $2n$ equações de $2n$ incógnitas, um sistema determinado. De acordo com a escolha das variáveis fixadas em cada barramento, de entre as variáveis V , θ , P e Q , definem-se os seguintes tipos de barramentos:

- Barramento de referência (barramento $V\theta$, *swing bus* ou *slack bus*) – o módulo da tensão (V) e a fase da tensão (θ) assumem valores fixos. É uma necessidade matemática que seja atribuído este tipo a pelo menos um dos barramentos, de forma a proporcionar uma referência para as diferenças de fase entre barramentos, da qual vai depender o fluxo de potência entre estes. Este barramento deverá fornecer ou absorver toda a potência necessária para manter o mesmo módulo e argumento de tensão, pelo que deverá ser atribuído a um barramento com boa capacidade para absorver quaisquer oscilações de produção e para transmitir um fluxo de potência elevado nas suas linhas. É por esta razão que é geralmente atribuído a um barramento com ligação à maior central da rede. Idealmente, para garantir que as aproximações consideradas para este barramento sejam o mais próximas possível da realidade, o barramento deveria ter ligação a uma rede elétrica significativamente maior que a estudada. [10]
- Barramento de gerador (barramento PV ou *generator bus*) – a potência ativa injetada (P) e o módulo da tensão (V) assumem valores fixos. A sua designação advém de este tipo de barramento ser geralmente atribuído a barramentos com geração, sendo a potência ativa injetada controlada pelos controlos da turbina (*turbine-governor*) e o módulo da tensão por controlos automáticos da excitação do gerador.
- Barramento de carga (barramento PQ ou *load bus*) – a potência ativa injetada (P) e a potência reativa injetada (Q) assumem valores fixos. Para que sejam conhecidas as potências injetadas este tipo de barramento é geralmente atribuído a barramentos sem geração, resultando em potências injetadas negativas, determinadas exclusivamente pelas cargas, mas poderá também ser atribuído a barramentos com geração se o nível de produção for controlável e for conveniente para obter melhores soluções. [11]

A escolha do tipo de barramento para cada caso depende então fundamentalmente da existência de geradores nesse barramento e da topologia da rede nesse ponto, suas características e limites de operação. Uma vez escolhido o tipo para cada barramento, resta resolver o sistema de equações. Tratando-se de equações não lineares, é necessário recorrer a métodos iterativos de solução, sendo os mais populares o método de Newton-Raphson e o método de Gauss-Seidel. A existência de convergência e a rapidez de solução dependem da inicialização destes métodos, e as abordagens mais comuns consistem em considerar tensões complexas iguais à tensão de referência em todos os barramentos (*flat start*) ou aproximações lineares das equações do fluxo de potência (modelo de corrente contínua).

2.3. Programação matemática

A aplicação da programação matemática aos fluxos de potência, denominado fluxo de potência otimizado, é um tema de estudo desde 1962, mas só recentemente, com o aumento do poder computacional e a maturação dos algoritmos empregues, tem havido muito mais interesse pela área e aumentado o número de publicações, especialmente na última década, e hoje é uma ferramenta importante para muitos gestores da rede [12]. Para proporcionar algum contexto sobre o desenvolvimento da área, nas últimas duas décadas, a velocidade de resolução de problemas de inteiros mistos (MIP), um caso específico de programação matemática de difícil resolução que será descrito adiante, aumentou em 10^7 , isto é, problemas que em 1990 teriam demorado 10 anos a resolver, hoje demoram 1 minuto.

A área científica da programação matemática ou otimização matemática, especializa-se na seleção da solução (o conjunto de valores das variáveis) que melhor satisfaz (otimiza) um determinado critério (o valor de uma função dita objectivo que representa a perspectiva de optimização pretendida), de entre um conjunto de alternativas possíveis. Matematicamente, um problema típico de programação matemática pode ser descrito da seguinte forma: [13]

$$\min \{f(x) : x \in X, g(x) \geq 0, h(x) = 3\}, X \subset \mathbb{R}^n \quad (4)$$

No qual $f(x)$ representa a função objetivo que se pretende otimizar, $g(x)$ e $h(x)$ as restrições do problema, sendo X o conjunto de soluções possíveis (i.e. que satisfazem as restrições e são domínio de $f(x)$) e x as variáveis de decisão. Qualquer número de restrições pode ser imposta ao problema, desde que exista um ponto x que pertence ao domínio de $f(x)$ e satisfaz todas as restrições, ou seja, que o problema seja viável (*feasible*). Adicionalmente, no exemplo apresentado considerou-se que se pretendia minimizar $f(x)$, mas poderia também ser necessário maximizar a função, ou até mesmo considerar múltiplas funções objetivo, embora com um aumento considerável da complexidade do problema e da dificuldade de solução.

Os problemas de otimização são geralmente classificados de acordo com a complexidade das funções envolvidas no problema. Assim, para mencionar algumas das sub-áreas mais relevantes para esta tese:

- LP – *Linear Programming*, i.e. problemas lineares de otimização, o caso mais simples de otimização e de mais fácil resolução, a função objetivo e todas as restrições são funções lineares.
- NLP – *Nonlinear Programming*, i.e. problemas não-lineares de otimização, uma ou mais das restrições e/ou a função objetivo são funções não-lineares.
- MIP – *Mixed Integer Programming*, i.e. problema de inteiros mistos. Um problema MIP envolve variáveis reais usualmente relacionadas com a operação e variáveis discretas (de inteiros ou binários) como variáveis de projecto (e.g., instalação de elementos), alocação (e.g., de equipamentos) e decisão (e.g., implementação estratégica ou tática), ou qualquer outra grandeza que necessite de uma modelação com variáveis discretas.
- MINLP – *Mixed Integer Nonlinear Programming*, i.e., problema não-linear de inteiros mistos, que como o nome indica tem as características dos problemas MIP e NLP, já descritas.

Tal como já foi mencionado na definição do problema do fluxo de potência, de acordo com as equações (2) e (3), é na forma de seleção das soluções possíveis que existe maior liberdade na resolução do sistema de equações que define fisicamente o problema. O que torna o problema do fluxo de potência um bom candidato à aplicação da programação matemática, para seleção da solução ideal de entre o conjunto de soluções possíveis, uma aplicação conhecida por ACOPF (*Alternating Current Optimal Power Flow*). A função objetivo poderá ser qualquer variável que se pretenda otimizar, seja o custo da energia, perdas nas linhas, penetração de determinada fonte de energia renovável, ou qualquer outra desde que possa ser adequadamente modelada, o custo da energia é

tipicamente a função objetivo mais usada. As restrições do problema não seriam mais que a modelação das formas de controlo que o operador da rede tenha ao seu dispor, tais como o nível de produção de cada gerador, tensões de excitação dos geradores, regulação dos bancos de cargas (*shunts*) e transformadores desfasadores, assim como a modelação das características da rede, sua topologia e limites técnicos. Dentro desta abordagem, a atribuição de um tipo de barramento tal como mencionado no subcapítulo anterior é equivalente à atribuição de restrições às variáveis deste barramento. Portanto num estudo do fluxo de potências, cada conjunto de escolhas dos tipos de barramentos corresponde a uma única solução, que será apenas um subconjunto das soluções que seria possível considerar aplicando programação matemática. Reside aqui a grande vantagem desta abordagem, é possível obter soluções melhores, com maior flexibilidade, bastando alterar a função objetivo para otimizar diferentes critérios. É comum num problema de fluxos de potência ser necessário alterar as escolhas dos tipos de barramentos após efetuados os cálculos e posteriormente repetidos com a nova configuração [11], seja porque os resultados não estão dentro dos limites técnicos dos equipamentos ou da rede, ou para obter melhores soluções, que podem ser difíceis de identificar apenas com recurso às variáveis controladas (V , θ , P e Q), sobretudo se o critério de escolha da melhor solução não tem uma relação simples e direta com estas variáveis. O recurso à programação matemática agiliza este processo, mas a custo de maiores necessidades computacionais. No entanto, esta desvantagem pode ser menos significativa nos casos em que é necessário efetuar várias resoluções dos cálculos de fluxo de potência tradicionais com diferentes configurações de tipos de barramento, comparativamente a uma única resolução do algoritmo de otimização matemática.

Atualmente a função objetivo mais usual no fluxo de potência otimizado é o custo de operação do sistema. Existe no entanto um grande potencial para a otimização de outros fatores. Tomando como exemplo as perdas na transmissão, um melhoramento de 5% pode conduzir a poupanças significativas, como se pode observar na tabela: [14]

Tabela 1 - Impacto da redução das perdas de transmissão

	Produção total de eletricidade total em 2009 (MWh)	Custo de produção (mil milhões \$/ano) assumindo preço de 30\$/MWh	Poupança (mil milhões \$/ano) assumindo melhoria de 5%	Custo de produção (mil milhões \$/ano) assumindo preço de 100\$/MWh	Poupança (mil milhões \$/ano) assumindo melhoria de 5%
EUA	3724000	112	6	372	19
Mundo	17314000	519	26	1731	87

As equações do fluxo de potência são, como foi já mencionado, não-lineares, e em consequência, na sua formulação mais direta, o fluxo de potência otimizado é um problema não-linear (NLP), cuja resolução pode ser demorada para uma rede de grande dimensão, apesar dos avanços a nível de poder de computação e algoritmos. É por esta razão que atualmente o fluxo de potência otimizado é usado na maioria dos casos como uma ferramenta para apoiar os gestores da rede a tomar decisões com um dia de avanço [12]. É possível no entanto adaptar o problema a outros horizontes temporais, através de simplificações das equações do fluxo de potência ou ajustando a complexidade da modelação dos elementos da rede. Uma simplificação comum, é o chamado modelo de corrente contínua, que reduz a complexidade dos cálculos à de um problema de otimização linear (LP). Por outro lado um exemplo de aumento de complexidade do problema é a integração no modelo de controlos da topologia e características da rede, tais como abertura e fecho de ligações ou transformadores de razão de transformação variável (*load tap change transformers*), ou outros equipamentos descritos por níveis de operação discretos, que requerem variáveis binárias ou inteiras, resultando num problema não-linear de inteiros mistos (MINLP), de resolução significativamente mais demorada, e é este o tipo de problema que resulta da modelação considerada nesta tese. A complexidade da modelação do problema e o recurso a aproximações devem estar adaptadas às decisões (e horizonte temporal) para

que as soluções servem de apoio e às características e dimensões da rede. Com a maturação dos algoritmos e aumento de capacidade computacional, é expetável que sejam viáveis modelos cada vez mais complexos para maiores horizontes temporais.

Capítulo 3 – Definição do modelo

A modelação empregue neste trabalho é baseada no modelo desenvolvido no LNEG [2] recorrendo ao *software* GAMS (*Generic Algebraic Modeling System*). A principal componente desenvolvida no contexto desta tese é a produção e armazenamento hídricos, que será apresentada em maior detalhe, quanto às restantes componentes pré-existentes, serão apenas sumariamente descritas, exceto quando tiverem sido efetuadas alterações significativas.

Irá começar-se por uma breve descrição do modelo original. A rede elétrica é descrita por nós (barramentos) e ramos (linhas elétricas), com a geração e carga associada aos barramentos, resolvendo o *optimal power flow* com base no balanço de potências em cada barramento, incluindo o fluxo de potência entre barramentos que ocorre nas linhas elétricas de acordo com as tensões em cada barramento e admitância das linhas. Para manter a generalidade, os geradores e cargas em cada barramento são representados por variáveis contínuas limitadas por limites máximos e mínimos, dependentes dos seus limites técnicos e condições de operação. Para garantir que o consumo é satisfeito, este é representado em cada barramento por cargas fixas (limites inferiores e superiores iguais), as perdas transversais são representadas como *shunts* pelo que os seus valores dependem da tensão no barramento, e quanto aos geradores os seus limites máximos e mínimos são determinados pelos seus limites técnicos, no caso do *diesel*, ou pela disponibilidade do recurso renovável e capacidade de *curtailment*, no caso da eólica e solar. A Figura 1 tem representados todos os barramentos e linhas do SEP estudado.

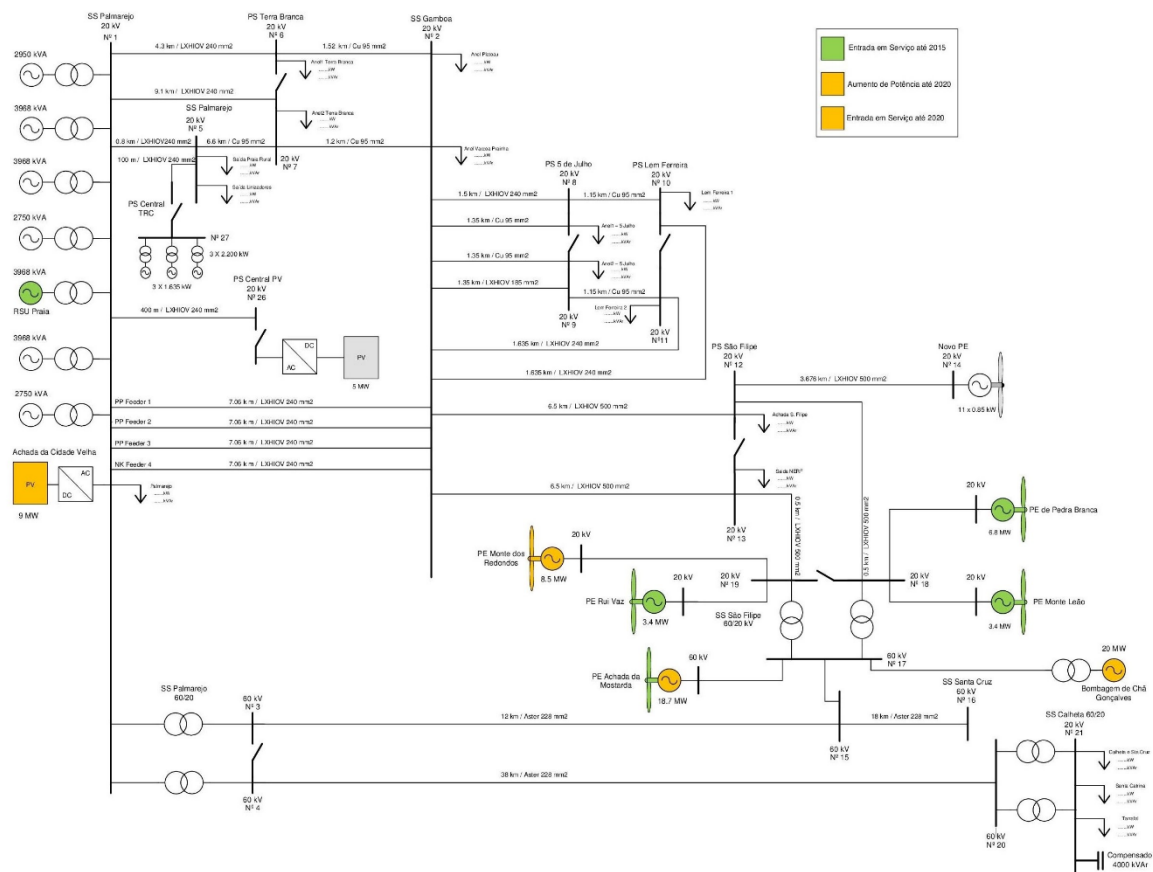


Figura 1 - Esquema unifilar da rede elétrica da ilha de Santiago [1]

A presente tese surge também no seguimento da dissertação do meu colega Egas Sydney Mascarenhas, que abordou o caso de estudo da rede elétrica da ilha de Santiago em Cabo Verde [4].

com recurso a uma análise dinâmica em Simulink. Nesta análise foram considerados fenómenos transitórios, relevantes para o estudo da qualidade da energia do SEP, que seriam expectáveis quando existe uma elevada penetração de produção renovável, nomeadamente eólica. Foram aí estudados períodos de apenas 1 minuto, adequados para identificar problemas de qualidade de energia, de natureza transiente que ocorrem geralmente em curtos períodos de tempo.

Por outro lado, o modelo desenvolvido no LNEG foi concebido para situações de equilíbrio e efetua a otimização do SEP para um único instante. Para estender este tipo de análise a um período de tempo sem alterar o modelo para incluir todos os fenómenos transitórios envolvidos, é necessário que o intervalo de discretização temporal seja suficiente para que os processos dinâmicos atinjam o equilíbrio e seja assim desprezável a sua influência sobre os resultados. Um período de 10 minutos é geralmente suficiente para garantir que a maioria dos efeitos transitórios percam a relevância, e nesta dissertação será considerado um intervalo de discretização de 1 hora, mais que suficiente para garantir a viabilidade desta análise. Uma vez selecionada a resolução temporal do modelo há duas abordagens possíveis: efetuar independentemente uma resolução do modelo para cada um dos instantes considerados, alterando os parâmetros de entrada entre resoluções com base no resultado da resolução anterior (análise quasi-estacionária); ou efetuar uma otimização do somatório total de todos os instantes (otimização temporal). Inicialmente foi testada a primeira abordagem, mas dada a boa velocidade de resolução do modelo optou-se por uma otimização temporal, que tem a grande vantagem de poder tirar o máximo partido da complementariedade e sinergia que possa existir entre o recurso disponível dos diferentes tipos de renováveis a cada instante (e.g. a eólica e a solar) e o diagrama de carga da ilha, mitigando uma das grandes desvantagens das fontes de energia renovável: a sua elevada variabilidade temporal.

Outra das grandes alterações ao modelo consistiu na introdução de variáveis binárias, que inicialmente compreendia apenas variáveis contínuas na sua forma mais simples. Estas foram empregues para a modelação da hídrica e para o tratamento da lógica dentro do modelo no que diz respeito às decisões do operador do SEP, como por exemplo o recurso à geração hídrica num dado instante para satisfazer o consumo ao invés de recorrer aos geradores *diesel*. O problema de otimização passou portanto do tipo NLP para um problema do tipo MINLP.

Seguidamente apresenta-se a metodologia empregue para a introdução das variáveis binárias no modelo original.

3.1. Álgebra booleana e variáveis binárias em GAMS

3.1.1. Acoplamento entre as variáveis contínuas e binárias

Em primeiro lugar é necessário estabelecer a relação entre as variáveis binárias e as variáveis contínuas. Nalguns casos poderá ser conveniente ter as variáveis contínuas a definir as variáveis binárias, através de relações ditas do tipo *BigM*. As seguintes expressões são um exemplo deste tipo de relações, neste caso para definir a variável binária que indica a presença de excesso de produção:

$$\sum G \geq \sum C - (1 - y_{exc}) \cdot \sum C_{max} \quad (5)$$

$$\sum C \geq \sum G - y_{exc} \cdot \sum G_{max} \quad (6)$$

Nas quais G corresponde à variável contínua da potência produzida por um determinado gerador, G_{max} o parâmetro que define o valor máximo dessa variável, C a variável contínua do consumo de uma determinada carga, C_{max} o parâmetro que define o valor máximo dessa variável, os somatórios indicam que são valores totais para toda a rede, e y_{exc} a variável binária para indicar a presença de

excesso de produção. A restrição (5) força y_{exc} a assumir o valor 0 quando o somatório de toda a carga é superior ao somatório de toda a geração (i.e. défice de geração), enquanto a restrição (6) força y_{exc} a assumir o valor 1 quando há excesso de geração, caso contrário o problema tornar-se-ia *infeasible* e, fundamental para a formulação de um bom modelo: atinge este objetivo sem introduzir novas não-linearidades. Os valores máximos empregues nestas restrições são vulgarmente conhecidos como *BigM* no domínio da otimização, e é importante para os *solvers* que assegurem sempre a validade das inequações e devem ser ligeiramente superiores ao valor mínimo necessário para evitar eventuais complicações derivadas da precisão numérica usada pelo solver.

Outro tipo de relação entre as variáveis contínuas e binárias é quando a variável binária define a variável contínua, através de relações do tipo:

$$G_{die} \geq G_{die-min} \cdot y_{die} \quad (7)$$

$$G_{die} \leq G_{die-max} \cdot y_{die} \quad (8)$$

Nas quais G_{die} é a variável contínua que traduz a potência activa gerada nos geradores *diesel*, $G_{die-min}$ e $G_{die-max}$ os parâmetros que definem o seu mínimo e máximo, respectivamente, e y_{die} a variável binária que ativa/desativa a produção *diesel*. Neste caso a variável contínua é forçada a assumir o valor 0 sempre que y_{die} é 0, mais uma vez sem introduzir não-linearidades. A variável binária atua sobre a variável contínua, e a própria variável binária pode ser deixada ao critério do *solver* ou ser ela controlada por condições lógicas entre as variáveis binárias do modelo.

Esta é a formulação típica em otimização para relacionar as variáveis contínuas com as variáveis binárias. Ao longo deste documento não serão apresentadas explicitamente este tipo de equações a não ser que a sua formulação difira significativamente da formulação típica. Quanto às operações entre variáveis binárias são primeiro consideradas as suas relações de acordo com a álgebra booleana e só depois feita a sua formulação em GAMS. [15]

3.1.2. Álgebra booleana

É possível recorrer à álgebra booleana para formular restrições entre as variáveis binárias em GAMS, definindo as restrições de forma a excluir os casos em que a expressão booleana assume o valor de 0 (ou falso). Assim começa-se por definir a relação pretendida com base em acontecimentos booleanos, e só depois é feito o paralelismo para as variáveis binárias em GAMS na forma de restrições no modelo.

Primeiro são consideradas as relações booleanas básicas, expressas por meio de acontecimentos genéricos A , B e C . Existe a operação de negação do acontecimento A , \bar{A} , a operação de conjunção dos acontecimentos A e B , $A \cap B$, e a operação de disjunção dos acontecimentos A e B , $A \cup B$. A tabela de verdade destas operações é apresentada a seguir: [16]

Tabela 2 - Operações booleanas básicas

A	B	\bar{A}	$A \cap B$	$A \cup B$
0	0	1	0	0
1	0	0	0	1
0	1	1	0	1
1	1	0	1	1

Resta agora definir a implementação destas operações lógicas em GAMS. Os acontecimentos booleanos genéricos A , B e C são expressos em GAMS sob a forma das variáveis binárias y_A ,

Y_B e Y_C , através de relações do tipo *bigM* (expressões (5) a (8)). Verifica-se então a seguinte correspondência: [15], [17]

Tabela 3 - Correspondência entre acontecimentos booleanos e variáveis binárias em GAMS

Operação booleana	Variáveis binárias GAMS
Negação: \overline{A}	$1 - y_A$
Conjunção: $A \wedge B$	Duas restrições individuais para cada acontecimento
Disjunção: $A \vee B$	$y_A + y_B \geq 1$

Da Tabela 3 é já possível inferir que é vantajoso expressar os acontecimentos booleanos tanto quanto possível através de disjunções e negações, evitando conjunções, antes de os expressar com variáveis binárias em GAMS, visto que desta forma é necessário impôr o menor número possível de restrições, fundamental para a eficiência dos *solvers*. Daí advém a designação do ramo da computação conhecido por *Generalized Disjunctive Programming*. [18] As principais leis algébricas que serão empregues na manipulação das expressões booleanas para atingir estes objetivos serão agora apresentadas. As leis de associatividade:

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C \quad (9)$$

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C \quad (10)$$

As leis de distributividade:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \quad (11)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \quad (12)$$

A dupla negação:

$$\overline{\overline{A}} = A \quad (13)$$

E as leis de De Morgan:

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} \quad (14)$$

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \quad (15)$$

O resultado das operações (9) a (15) pode ser deduzido com base nas operações básicas já apresentadas na Tabela 2, pelo que não será apresentada a tabela de verdade para estas operações.

Com base nas operações booleanas básicas já mencionadas é possível definir operações secundárias, que pelo seu uso frequente e relevância para este trabalho é também conveniente referir e definir algebricamente, até para exemplificar o tipo de manipulação algébrica empregue. Começa-se por definir a operação de implicação:

$$A \Rightarrow B = \overline{A} \cup B \quad (16)$$

Que de acordo com a Tabela 3 pode ser expressa em GAMS como:

$$(1 - y_A) + y_B \geq 1 \Leftrightarrow y_B \geq y_A \quad (17)$$

A operação de *not and* (NAND), isto é, de imposição de exclusividade entre dois acontecimentos ou não ocorrência:

$$\overline{(A \cap B)} = (\overline{A} \cup \overline{B}) \quad (18)$$

Que em GAMS será expressa pela expressão:

$$(1 - y_A) + (1 - y_B) \geq 1 \Leftrightarrow y_A + y_B \leq 1 \quad (19)$$

A operação de *exclusive or* (ou exclusivo) ou XOR:

$$A \oplus B = (A \cup B) \cap (\overline{A \cap B}) = (A \cup B) \cap (\bar{A} \cup \bar{B}) \quad (20)$$

Que em GAMS será expressa por duas expressões:

$$y_A + y_B \geq 1 \quad (21)$$

$$(1 - y_A) + (1 - y_B) \geq 1 \Leftrightarrow y_A + y_B \leq 1 \quad (22)$$

Isto é:

$$y_A + y_B = 1 \quad (23)$$

E por fim a operação de equivalência:

$$A \equiv B = (A \rightarrow B) \cap (B \rightarrow A) = (\bar{A} \cup B) \cap (\bar{B} \cup A) \quad (24)$$

Cujo paralelo em GAMS será:

$$(1 - y_A) + y_B \geq 1 \Leftrightarrow y_B \geq y_A \quad (25)$$

$$(1 - y_B) + y_A \geq 1 \Leftrightarrow y_B \leq y_A \quad (26)$$

Ou seja:

$$y_A = y_B \quad (27)$$

E a tabela de verdade para estas operações:

Tabela 4 - Operações booleanas secundárias

A	B	$A \Rightarrow B$	$\overline{A \cap B}$	$A \oplus B$	$A \equiv B$
0	0	1	1	0	1
1	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0
1	1	1	0	0	1

É muitas vezes também útil em GAMS impor a seleção de uma única variável binária de entre um conjunto de opções, i.e. apenas uma variável pode assumir o valor 1. Considerando n variáveis binárias este tipo de restrição tem a forma:

$$y_1 + y_2 + \dots + y_n = 1 \quad (28)$$

Que é relativamente simples de estabelecer em GAMS de forma intuitiva.

3.1.3. Mapas de Karnaugh

Para um tratamento rigoroso dos casos mais complexos em que a relação pretendida entre os acontecimentos não é trivial e intuitiva, recorreu-se aos mapas de Karnaugh para determinar uma expressão booleana o mais simples possível, de forma a reduzir o número de restrições necessárias no modelo.

O mapa de Karnaugh é um método de simplificação de expressões booleanas desenvolvido por Maurice Karnaugh em 1953 para aplicação sobretudo em circuitos lógicos. [19] Apresentar as bases teóricas por detrás do seu funcionamento seria entrar em muito detalhe no campo da álgebra booleana e circuitos lógicos, pelo que se irá apresentar apenas a sua aplicação prática.

Por exemplo, considerem-se os acontecimentos E (estado do sistema em que a hídrica pode satisfazer todas as necessidades de produção), D (*diesel* em operação) e V_M (albufeira de montante vazia ou com água armazenada insuficiente para turbinar). Neste caso pretende-se que quando E se concretizar e V_M não se concretizar, o acontecimento D não possa ocorrer, ou seja, que sempre que seja possível que a hídrica satisfaça a produção, não usar o *diesel*. Esta relação é de maior complexidade, portanto para casos como este é conveniente aplicar o método dos mapas de Karnaugh para determinar a expressão algébrica mais simples para a expressar. Começou por se escrever a tabela de verdade pretendida:

Tabela 5 - Tabela de verdade para a relação entre E , estado do sistema em que a hídrica pode satisfazer todas as necessidades de produção, D , *diesel* em operação e V_M , albufeira de montante vazia ou com água armazenada insuficiente para turbinar

D	0	1	1	1	0	0	0
E	1	1	0	0	1	0	0
V_M	0	1	0	1	1	1	0

E foi posteriormente escrito o mapa de Karnaugh, que é uma forma equivalente de expressar a informação contida na Tabela 5, mas ordenando a informação com base em conjunções dos acontecimentos envolvidos, ordenadas de acordo com o critério do código de Gray, [20] resultando na tabela:

Tabela 6 - Mapa de Karnaugh da relação entre E , estado do sistema em que a hídrica pode satisfazer todas as necessidades de produção, D , *diesel* em operação e V_M , albufeira de montante vazia ou com água armazenada insuficiente para turbinar

	$\overline{V_M}$	V_M
$\overline{D} \cap \overline{E}$	1	1
$\overline{D} \cap E$	1	1
$D \cap E$	0	1
$D \cap \overline{E}$	1	1

Com base no mapa de Karnaugh procuram-se identificar conjuntos de células adjacentes com o mesmo valor. Estes conjuntos devem consistir num número de elementos correspondente a uma potência de 2 (i.e. $\{1, 2, 4, 8, \dots\}$), e todos os conjuntos devem ser do mesmo tipo (0 ou 1), englobando todas as ocorrências do tipo selecionado. Com base nos grupos selecionados é possível determinar diferentes relações equivalentes que verificam a tabela de verdade da Tabela 5, mas que serão de diferentes complexidades. Geralmente a relação booleana mais simples obtém-se da seleção do mínimo de grupos possível. Neste caso é evidente ao olhar para o mapa de Karnaugh que existe apenas um 0, pelo que foi selecionado para a escrita da expressão booleana. É então deduzida a relação:

$$\overline{D} \cup \overline{E} \cup V_M \quad (29)$$

Foi portanto possível determinar de forma metódica a relação booleana mais simples que verifica a situação pretendida e descrita na Tabela 5.

Expressando agora os acontecimentos D , E e V_M como as variáveis binárias y_D , y_E e y_{V_M} , respetivamente e recorrendo aos métodos já descritos no subcapítulo 3.1.2, a relação pode ser expressa em GAMS como:

$$\begin{aligned} (1 - y_E) + (1 - y_D) + y_{V_M} &\geq 1 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow y_E + y_D &\leq 1 + y_{V_M} \end{aligned} \quad (30)$$

3.2. Linhas de transmissão

A modelação empregue para as linhas de transmissão tanto nesta tese como na tese em que esta se baseia é a mais comum na literatura: o modelo equivalente em π . Nesta modelação a linha é definida por sucessivas secções com resistência e indutância definida, delimitadas por elementos capacitivos em paralelo, correspondentes ao efeito capacitivo da terra (e perdas transversais), de acordo com a Figura 2.

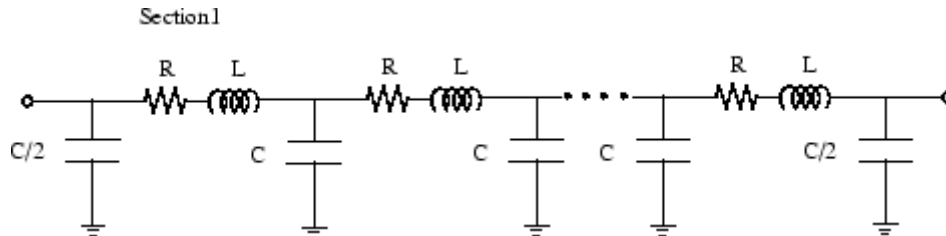


Figura 2 – Modelo equivalente em π de uma linha de transmissão

A existência de numerosas secções em π ilustra a forma como os efeitos resistivos, capacitivos e indutivos se encontram distribuídos ao longo da linha, sendo que quanto maior o número de secções considerado maior a precisão do modelo, assim como a sua complexidade de cálculo. No caso da rede de uma pequena ilha como Santiago, as linhas de transmissão são relativamente curtas e é suficiente considerar uma única secção, que foi a opção tomada tanto nesta tese como na que a precede.

Uma vez que não foi possível consultar a Electra, o operador do SEP responsável, acerca dos parâmetros exatos da rede, o esquema unifilar da Figura 1 foi a principal fonte de informação acerca das linhas, que identifica o tipo e comprimento de cada linha. Os parâmetros unitários de cada tipo de linha foram obtidos de tabelas dos fornecedores de cabos elétricos [21] de acordo com cada designação que consta no esquema unifilar, no caso dos cabos de designação “Aster 228”, uma designação antiga para a qual não foi possível encontrar os parâmetros, considerou-se um cabo de características e secção nominal semelhantes, de uma linha de igual tensão da ilha da Madeira, [22] pois os sistemas de transmissão dos SEPs continentais costumam funcionar a tensões muito mais elevadas.

3.3. Transformadores

O modelo completo do transformador real, também conhecido como modelo em T, está representado na Figura 3.

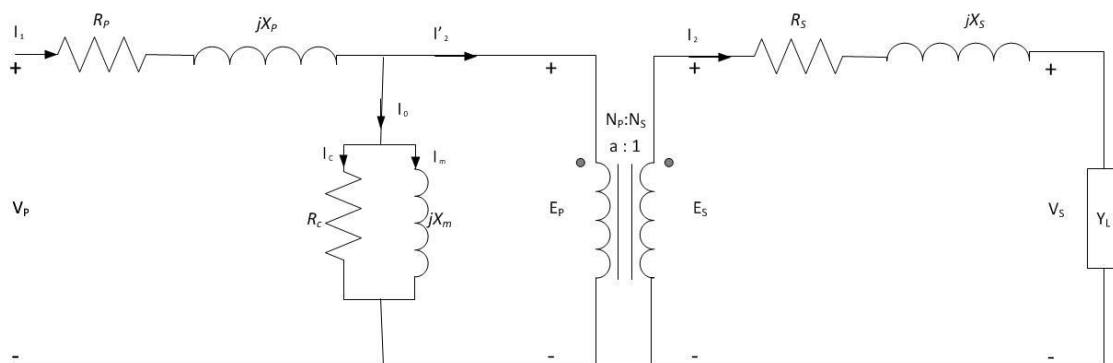


Figura 3 – Modelo do transformador real

No modelo desenvolvido no LNEG são consideradas duas simplificações a este modelo. A primeira está representada na Figura 4, e trata-se de uma aproximação que considera que as correntes induzidas no entre-ferro são relativamente baixas, e permite obter geralmente resultados aceitáveis, com uma complexidade de cálculo significativamente reduzida.

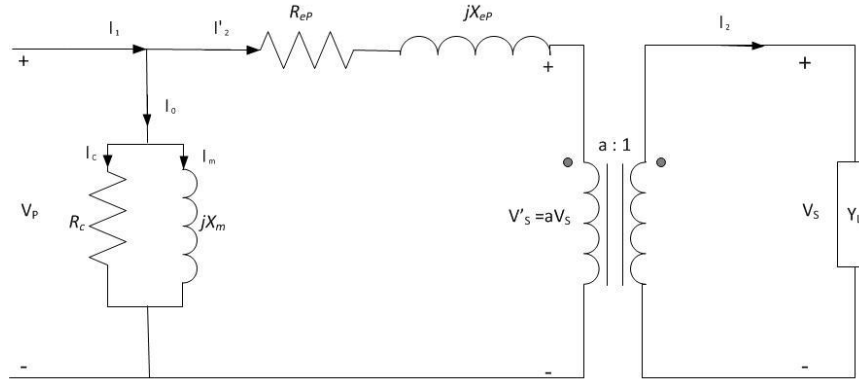


Figura 4 – Modelo simplificado do transformador real

Quanto à segunda simplificação, não envolve qualquer aproximação e ocorre ao considerar todas as tensões em valores p.u. (*per unit*), resultando no modelo em π do transformador:

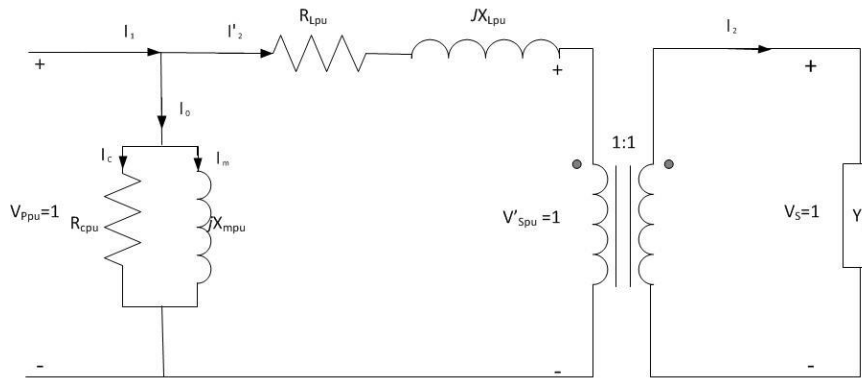


Figura 5 - Modelo em π do transformador

Essencialmente, nesta modelação o transformador assume uma modelação semelhante ao modelo de uma linha de transmissão em π , na qual um dos ramos tem admitância nula, visto que em p.u. a razão de transformação se reduz a 1:1, e o transformador ideal pode ser retirado do modelo. É no entanto necessário seleccionar a qual dos ramos é atribuída a impedância transversal. Esta impedância está associada ao ramo que gera a força magneto-motriz, isto é, ao ramo do qual está a fluir a potência. Na presente tese procurou-se antecipar o sentido do fluxo de potência em cada transformador e atribuir as impedâncias a cada ramo de acordo com o sentido especificado, corrigindo o sentido empregue nesta atribuição caso os resultados não o confirmassem. Os transformadores são portanto representados como uma linha no modelo.

3.4. Geradores

3.4.1. Diesel

No caso da presente tese, não são estudados os efeitos dinâmicos da geração, pelo que os geradores *diesel*, sendo uma forma de geração despachável, são simplesmente modelados por duas variáveis de decisão, correspondentes à potência ativa e potência reativa geradas, que durante a otimização são permitidas variar dentro de limites estabelecidos de acordo com os limites técnicos do gerador. O limite superior corresponde à potência nominal do gerador, que na ausência de dados do operador do SEP foram retirados da tese do meu colega Egas Mascarenhas. [4] Quanto ao limite inferior tem por função evitar que o gerador funcione a potências muito baixas, que resultariam em eficiências muito penalizadoras, e manter a geração disponível como reserva girante. Foi considerado um limite inferior de 10% da potência nominal.

Há indicações da presença de geradores fuel-óleo e centrais RSU em alguns documentos, ([1], [23]) mas visto que não foi possível identificar exatamente qual a capacidade instalada não foram considerados, optando-se apenas pelos dados do meu colega, que poderá ter tido acesso a dados que não estiveram disponíveis para esta tese, e segundo os quais os geradores *diesel* são a única fonte de produção não-renovável da ilha.

Quanto ao custo da geração é modelado em função das potências geradas a partir do LCoE que consta do relatório Cabo Verde 50% Renovável. [1]

3.4.2. Armazenamento hídrico

O armazenamento hídrico é, tal como todos os geradores e cargas no modelo, representado por variáveis contínuas que surgem no balanço de potência do barramento, com a particularidade de que surge como um gerador quando opera em modo de turbinagem, e como uma carga quando opera em modo de bombagem, e a forma de determinação dos limites destas variáveis é de maior complexidade, o método usado será aqui descrito.

Cabo Verde não conta com um recurso hídrico muito abundante, dado o seu clima semi-árido, sendo mesmo necessário o recurso a centrais de dessalinização para suprir as necessidades de água doce em algumas regiões. [24]–[26] No entanto a ilha de Santiago, a maior do arquipélago, irá contar futuramente com um aproveitamento hidroelétrico no seu SEP, localizado em Chã Gonçalves. [27] Este aproveitamento hidroelétrico consiste em duas barragens que irão definir duas albufeiras com um percurso de adução a efetuar a ligação entre ambas, intermediado por um gerador/motor acoplado a uma turbina Francis reversível, com três grupos turbina-gerador, um destes de reserva, e uma potência instalada de 2x10MW. O aproveitamento será do tipo bombagem pura, isto é, o projeto pretende que os caudais turbinados e bombados sejam na totalidade aproximadamente equivalentes.

As áreas definidas pelas bacias hidrográficas de montante e jusante são de 1,9km² e de 24,5km², respetivamente, e as suas capacidades úteis de armazenamento são de 0,7hm³ e 1hm³, respetivamente. Existem portanto capacidades de armazenamento semelhantes mas a área da bacia de jusante é significativamente maior que a área da bacia de montante. É então expectável que o caudal afluente seja maior para a albufeira de jusante, uma configuração que irá favorecer o armazenamento de energia relativamente à geração. Na presente tese, foi considerada a aproximação de que todo o caudal proveniente da precipitação é acumulado na albufeira de jusante, de acordo com a metodologia empregue no Estudo Prévio do Aproveitamento Hidroelétrico de Chã Gonçalves [27].

Uma modelação completa de todos os fatores envolvidos no cálculo da potência hídrica iria implicar um polinómio de grau muito elevado, envolvendo numerosas variáveis, com todo o peso computacional que iriam envolver, pelo que se procurou definir uma modelação alternativa. Começou por se considerar a energia potencial armazenada numa albufeira:

$$E = mg\Delta h \quad (31)$$

Sendo m a massa do volume armazenado, g a aceleração gravítica e Δh a queda útil. Tendo em conta o rendimento do gerador e da turbina segue-se:

$$E = \eta_{\text{gerador}} \eta_{\text{turbina}} \rho V g \Delta h \quad (32)$$

Sendo ρ a massa volúmica da água, V o volume armazenado e η_{turbina} o rendimento da turbina em modo de turbinagem. Considerado todas estas componentes constantes exceto o volume, advém que a potência elétrica ativa produzida no processo de turbinagem será igual a:

$$P = \frac{dE}{dt} = \eta_{\text{gerador}} \eta_{\text{turbina}} \rho g \frac{dV}{dt} \Delta h = \eta_{\text{gerador}} \eta_{\text{turbina}} \rho g q \Delta h \quad (33)$$

Na qual q corresponde ao caudal volúmico turbinado. No caso da operação em modo de bombagem, a potência ativa consumida será dada por:

$$P = \eta_{\text{motor}} \eta_{\text{bombagem}} \rho g q \Delta h \quad (34)$$

Na qual η_{bombagem} é o rendimento da turbina em modo de bombagem. Nas expressões anteriores, ρ e g são constantes físicas, e todos os restantes elementos são variáveis e dependem das condições de operação, sendo o caudal uma das variáveis de decisão a determinar no modelo.

A queda útil, Δh , é condicionada por fenómenos hidrodinâmicos e será sempre necessariamente inferior à queda bruta, isto é, ao desnível entre a superfície da água na albufeira e a turbina, ou, neste caso, do desnível da água entre as duas albufeiras. A diminuição da queda útil relativamente à queda bruta é denominada por perda de carga, e depende da natureza do percurso de adução e do caudal. Uma vez que de acordo com a metodologia empregue no estudo prévio do aproveitamento hídrico de Chã Gonçalves [27] a perda de carga será necessariamente inferior a 10m, um valor relativamente pequeno comparativamente ao da queda bruta, de 197m, nesta modelação será considerada uma perda de carga constante, baseada na queda útil de referência que consta do estudo prévio. A queda útil será então dada por:

$$\Delta h = \Delta h_{\text{ref}} + h_{\text{montante}} - h_{\text{jusante}} \quad (35)$$

Na qual Δh_{ref} corresponde à queda útil de referência, e h_{montante} e h_{jusante} , à altura da água da albufeira de montante e albufeira de jusante, respetivamente, em relação aos níveis de referência.

O rendimento da turbina depende sobretudo do caudal e da pressão hidroestática, que está por sua vez relacionada com a queda útil. Quanto ao rendimento do gerador/motor, depende sobretudo do binário aplicado e do fator de potência. Na modelação considerada foi usada a aproximação de que o rendimento do gerador/motor é constante e uma vez que se tratam de máquinas síncronas, o fator de potência é controlável através do campo de excitação do rotor, pelo que a potência reativa (Q) foi definida como necessariamente inferior à potência ativa (P):

$$Q \leq P \quad (36)$$

Que se trata apenas de uma aproximação, visto que esta expressão permite que ocorram níveis de potência reativa iguais ao nível de potência ativa máximo, mas permite uma modelação mais simples e de menor peso computacional.

O rendimento da turbina é, como já foi mencionado, uma função do caudal e da queda útil, que além de influenciarem o rendimento da turbina surgem também na própria expressão da potência hídrica (expressões (33) e (34)). Assim, as principais variáveis envolvidas nestas expressões são a própria potência hídrica, o caudal e a queda útil, e com base na discretização das curvas de rendimento da turbina é possível discretizar todos estes parâmetros como uma lista ordenada, $(P(i,k), q(i), \Delta h(k))$, discretizada para cada nível de queda útil ($\Delta h(k)$) e de caudal ($q(i)$), visto que o rendimento do gerador/motor é considerado constante e os restantes parâmetros são constantes físicas. Portanto esta lista ordenada advirá da expressão:

$$P(i,k) = \rho g \eta_{\text{gerador/motor}} \eta_{\text{turbina}}(i,k) q(i) \Delta h(k), \quad i, k \in \mathbb{N} : (i \leq m; k \leq n) \quad (37)$$

Na qual m corresponde ao número de pontos da discretização do caudal e n ao número de pontos da discretização da queda útil, a primeira parte da expressão apresentada ($\rho g \eta_{\text{gerador/motor}} \eta_{\text{turbina}}$) é constante para todos os pontos da discretização, e $\eta_{\text{turbina}}(i,k)$ corresponde ao rendimento da turbina para o valor de $q(i)$ e $\Delta h(k)$, de entre os $m \times n$ pontos que definem a discretização do parâmetro $P(i,k)$.

Tanto a potência hídrica como o caudal são considerados como variáveis contínuas no modelo. O valor da potência hídrica produzida/consumida será o que otimiza a função objetivo considerada, de acordo com o balanço de potência em cada barramento. Portanto com base na lista ordenada $(P(i,k), q(i), \Delta h(k))$ o modelo efetua uma linearização por troços para obter valores de caudal para cada valor de potência e queda útil no início do cálculo, evitando-se assim por meio desta aproximação todo o peso computacional que estaria associado à modelação de todos os fatores envolvidos.

A discretização de $P(i,k)$ pode ser tão fina ou esparsa quanto necessário e/ou os dados originais das curvas de rendimento da turbina o permitirem. Um maior número de pontos irá resultar num erro mais reduzido, mas acarreta um aumento considerável do poder computacional requerido. No caso específico deste caso de estudo não são conhecidas as curvas de rendimento da turbina e dada a dificuldade de obtenção deste tipo de dados, recorreu-se a valores experimentais para uma turbina típica Francis e uma queda útil constante, que se considerou suficiente para provar a viabilidade deste método, de acordo com a relação:

$$P(i) = \rho g \Delta h \eta_{\text{gerador/motor}} \eta_{\text{turbina}}(i) q(i), \quad i \in \mathbb{N} : i \leq n \quad (38)$$

Definindo-se assim um par ordenado $(q(i), P(i))$. É importante que a discretização do par ordenado seja definida para intervalos constantes de potência, visto que a potência tem um impacto mais direto sobre a otimização do que o caudal. A curva de rendimentos não permitiu que $P(i)$ fosse definida para intervalos constantes, mas foram seleccionados pontos a intervalos tão regulares quanto possível.

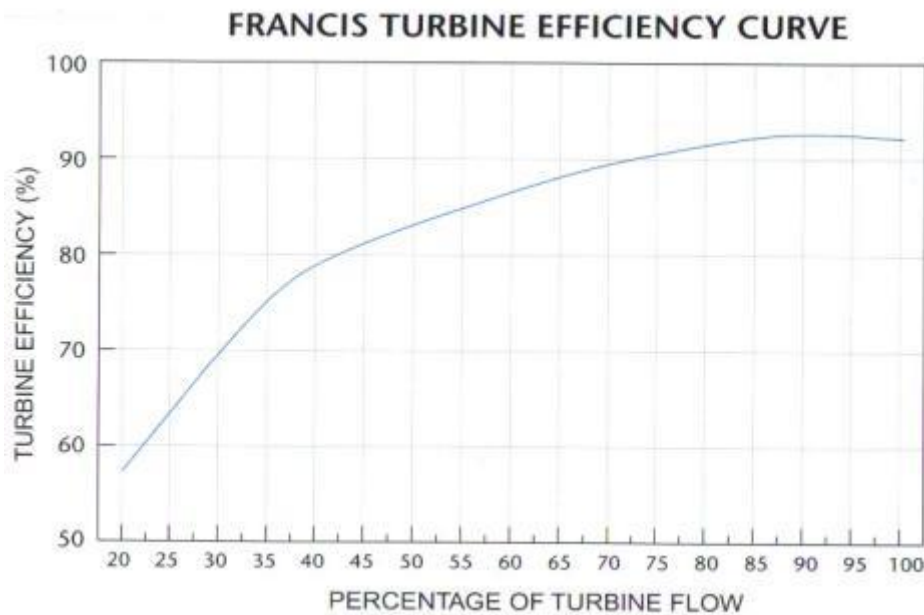


Figura 6 - Curva de eficiência da turbina [28]

O par $(q(i), P(i))$ define $n-1$ troços, e a equação da reta para cada troço i empregue no cálculo do caudal com base na potência será:

$$q = q(i) + (P - P(i)) \frac{q(i+1) - q(i)}{P(i+1) - P(i)} = b(i) + m(i).P \quad (39)$$

Na qual q e P , são as duas variáveis contínuas da potência e do caudal, respetivamente, e $b(i)$ e $m(i)$ os parâmetros da reta do troço i .

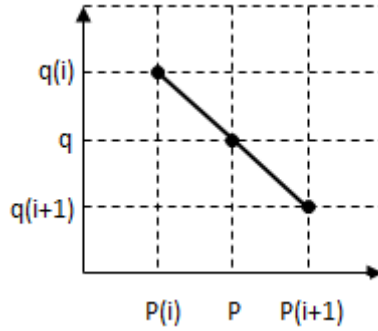


Figura 7 - Interpolação linear do caudal

Agora que está definida a computação de cada troço da linearização por troços resta selecionar o troço a linearizar. O recurso a condicionais para selecionar o troço a linearizar, corresponderia a uma função com derivadas descontínuas, que transformaria a resolução do modelo num problema não-linear com derivadas descontínuas (DNLP), de resolução muito mais difícil, pelo que é preferível uma formulação que não introduza novas não-linearidades, mesmo que menos intuitiva. Este objetivo foi atingido efetuando a seleção do troço a linearizar através da criação de n variáveis binárias associadas ao par ordenado $(q(i), P(i))$, designadas por $y_p(i)$. Para efetuar a seleção impõe-se que apenas uma das variáveis binárias pode assumir o valor de 1. Este tipo de relação já abordado no subcapítulo 3.1.2, pode ser expresso em GAMS por uma expressão semelhante à expressão (28). Portanto a relação pretendida será:

$$\sum_{i=1}^n y_p(i) = 1 \quad (40)$$

De notar que os n pontos do par ordenado $(q(i), P(i))$ definem $n-1$ segmentos para linearizar, pelo que a condição (40) compreende uma variável binária adicional, cuja função será definida aquando da descrição da computação dos volumes armazenados. Pretende-se ainda que na condição anterior apenas seja possível que uma das suas variáveis binárias assuma o valor de um, quando a variável de controlo da hídrica y_{turb} , for também um. Em álgebra booleana isto corresponde a uma operação de equivalência entre os acontecimentos associados à expressão (40) e o acontecimento associado a y_{turb} . Tal como descrito no subcapítulo 3.1.2 esta relação pode ser implementada em GAMS através de uma expressão semelhante à expressão (27), ou seja:

$$\sum_{i=1}^n y_p(i) = y_{turb} \quad (41)$$

Seguidamente foram impostas condições para que com base no valor da variável contínua da potência sejam estabelecidos os limites do intervalo a linearizar, através da variável binária que assume o valor de verdadeiro, que corresponderá ao segmento a linearizar:

$$\sum_{i=1}^n y_p(i) \cdot P(i) \leq P \quad (42)$$

$$\left(\sum_{i=1}^{n-1} y_p(i) \cdot P(i+1) \right) + y_p(n) P(n) \geq P \quad (43)$$

Sendo P a variável contínua que representa a potência. Deste modo a variável binária que assume o valor de verdadeiro corresponderá sempre ao valor $P(i)$ do par ordenado $(q(i), P(i))$ com o valor imediatamente inferior ou igual ao da variável contínua da potência. Está assim definido o intervalo em que irá ocorrer a interpolação, sendo o ponto inicial o valor de $P(i)$ cuja variável binária assume o valor de verdadeiro e o ponto final o valor de potência da variável contínua. Note-se que a variável binária adicional referida anteriormente, corresponde a $y_p(n)$, e de acordo com as condições (41), (42) e (43) só assumirá o valor de verdadeiro quando a variável contínua da potência assumir o último valor do par ordenado $(q(i), P(i))$, ou seja $P(n)$, o valor máximo de potência.

Foi já definido como é feito o cálculo do caudal para cada um dos troços, e como a seleção do troço é efetuada por meio das variáveis binárias $y_p(i)$, resta definir como estas variáveis binárias irão atuar no modelo para selecionar o troço. São impostos $n-1$ pares de restrições à variável contínua de caudal:

$$q \leq b(i) + m(i) \cdot P + (q_{\max} - (b(i) + m(i) \cdot P_{\min})) \cdot (1 - y_p(i)) \quad (44)$$

$$q \geq b(i) + m(i) \cdot P - (b(i) + m(i) \cdot P_{\max}) \cdot (1 - y_p(i)) \quad (45)$$

Para os pares de restrições em que a variável binária $y_p(i)$ toma o valor 1, as duas condições definem uma igualdade correspondente à equação do troço. Os restantes pares de restrições são somados de um *bigM* para os limites máximos, ou subtraídos, no caso dos limites mínimos, relaxando desta forma estas restrições. O *bigM* é definido com base na própria equação do troço para eliminar os valores mais restritivos que a restrição pode assumir: no caso do valor máximo este será o valor do caudal máximo de projeto q_{\max} , subtraído do mínimo da equação do troço considerado $(b(i) + m(i) \cdot P_{\min})$, que poderia ser restritivo se assumir valores negativos; e no caso do valor mínimo este será o valor máximo da equação do troço considerado $(b(i) + m(i) \cdot P_{\max})$. Quanto à variável binária $y_p(n)$, que como já foi mencionado só assumirá o valor de verdadeiro quando a variável contínua da potência assumir o valor máximo (de acordo com as condições (41), (42) e (43)), é empregue na restrição:

$$q \geq q_{\max} \cdot y_p(n) \quad (46)$$

Que impõe o valor máximo de caudal quando $y_p(n)$ é 1, e caso contrário define um limite mínimo de 0 para o caudal, útil para os casos em que o *bigM* da condição (45) assume valores demasiado elevados, que é detrimental para a eficiência dos *solvers*, assim como para identificar no modelo quando a hídrica está a operar ao nível máximo.

Tratando-se de um aproveitamento hídrico de bombagem pura, este tem capacidade de operação tanto em modo de turbinagem como bombagem. Foi empregue a mesma metodologia para o modo de bombagem que foi já descrita para o modo de turbinagem, com um novo grupo de n variáveis binárias $y_{p_{\text{bomb}}}(i)$ e uma variável binária de controlo y_{bomb} .

Está definida a forma de computação da potência e do respetivo caudal. Com base no caudal é então possível determinar o volume armazenado em cada albufeira, $\text{Vol}(t)$, para cada instante considerado, através do balanço entre as entradas e saídas de caudal. Há 3 tipos de variáveis de caudal envolvidas neste balanço cujo valor é definido pela optimização do modelo: o caudal turbinado, correspondente a um fluxo de água da albufeira de montante para a albufeira de jusante e associado à potência produzida pelo aproveitamento hídrico; o caudal bombado, correspondente a um fluxo de água da albufeira de jusante para a albufeira de montante e associado à potência absorvida pelo

aproveitamento hídrico no armazenamento de energia; e o caudal que atravessa a comporta de descarga, correspondente a um fluxo de água da albufeira para a albufeira a jusante, sem qualquer produção ou consumo de energia.

O balanço de volumes para a albufeira de montante, a que se juntam os caudais de evaporação e infiltração, é então dado por:

$$Vol_1(t) = Vol_1(t-1) + \left(\begin{array}{l} q_{bombagem}(t) - q_{turbina\text{gem}}(t) - q_{descarga1}(t) \\ -q_{evaporativo1}(t) - q_{infiltra\text{ção}1}(t) \end{array} \right) \Delta t \quad (47)$$

Sendo $Vol_1(t)$ o volume armazenado na albufeira de montante num dado instante, $Vol_1(t-1)$ o volume no início do intervalo de tempo considerado, para $t=1$ este é o volume no início da simulação, todos os restantes valores são definidos para o período de tempo considerado sendo $q_{bombagem}(t)$ e $q_{turbina\text{gem}}(t)$, os caudais de bombagem e turbinagem, respetivamente, $q_{descarga1}(t)$ o caudal de descarga da albufeira de montante, $q_{evaporativo1}(t)$ e $q_{infiltra\text{ção}1}(t)$ os caudais associados às perdas por evaporação e infiltração da albufeira de montante e, por fim, Δt a resolução temporal da simulação.

Quanto ao volume da albufeira de jusante, será dado por:

$$Vol_2(t) = Vol_2(t-1) + \left(\begin{array}{l} q_{afluente}(t) - q_{ecológico}(t) \\ +q_{turbina\text{gem}}(t) - q_{bombagem}(t) + q_{descarga1}(t) \\ -q_{descarga2}(t) - q_{evaporativo2}(t) - q_{infiltra\text{ção}2}(t) \end{array} \right) \Delta t \quad (48)$$

Sendo $Vol_2(t)$ o volume armazenado na albufeira de jusante num dado instante, $Vol_2(t-1)$ o volume no início do intervalo de tempo considerado, para $t=1$ este é o volume no início da simulação, todos os restantes valores são definidos para o período de tempo considerado sendo $q_{afluente}(t)$ o caudal do rio, $q_{ecológico}(t)$ o caudal ecológico, $q_{evaporativo2}(t)$ e $q_{infiltra\text{ção}2}(t)$ os caudais associados às perdas por evaporação e infiltração da albufeira de jusante, respetivamente, e $q_{descarga2}(t)$ o caudal de descarga da albufeira de jusante. No estudo prévio do aproveitamento hídrico é considerado que o caudal afluente é acumulado na sua totalidade na albufeira de jusante, visto a área da bacia hidrográfica de montante ser muito inferior à de jusante, e consequentemente também é muito reduzido o seu caudal afluente.

A altura e área superficial da água em cada reservatório está relacionada com o volume de água armazenada na albufeira através da topografia do terreno. Com base nos estudos prévios do aproveitamento hidroelétrico de Chã Gonçalves é conhecida a relação entre a altura e área da água e volume armazenado através de curvas de volume para ambos os reservatórios (Figura 8 a Figura 11), pelo que o seu cálculo seguiu uma abordagem semelhante à empregue para o cálculo do caudal com base na potência hídrica. Com base na curva de volumes armazenados foi considerada a lista ordenada $(V(i), [A(i), h(i)])$, e associada uma variável binária $y_{Vol}(i)$ a cada elemento i da lista e efetuada uma linearização por troços para determinar os valores das variáveis contínua de área (A) e altura (h) com base nas variáveis contínuas de volume para cada reservatório calculadas nas expressões (47) e (48).

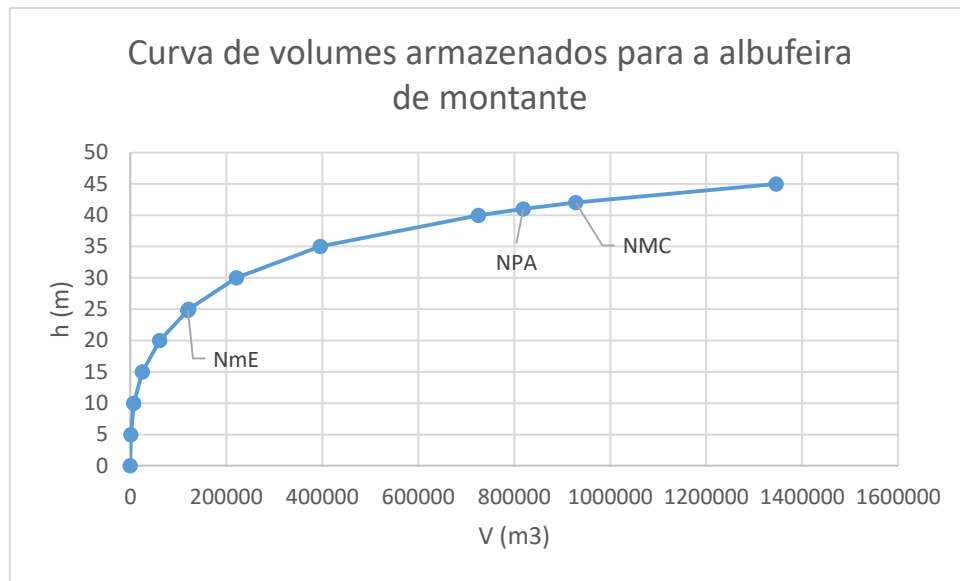


Figura 8 - Curva de volumes armazenados para a albufeira de montante, altura em função do volume [27]

Estão marcados nas curvas o Nível Mínimo de Exploração (NmE), Nível de Pleno Armazenamento (NPA) e Nível Máximo de Cheia (NMC).

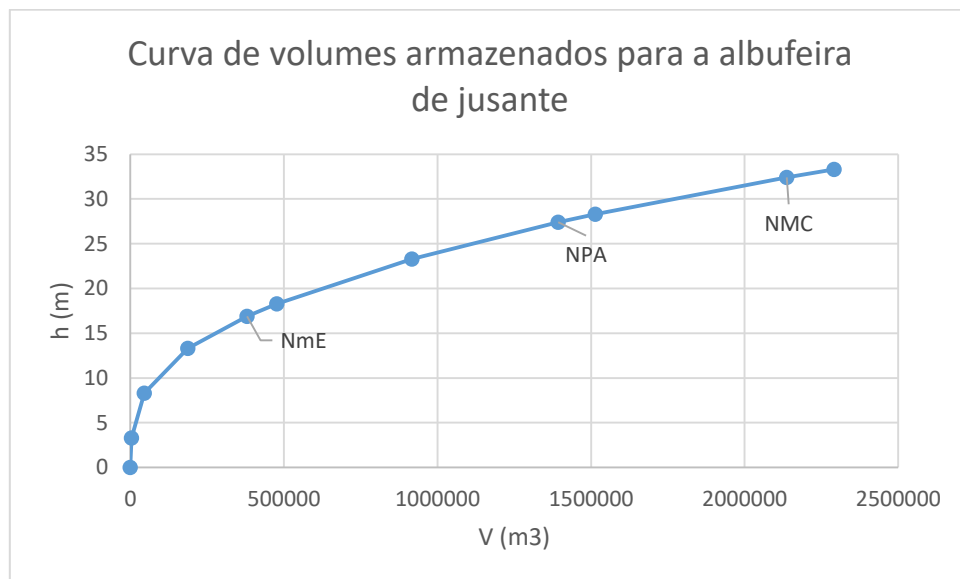


Figura 9 - Curva de volume armazenados para a albufeira de jusante, altura em função do volume [27]

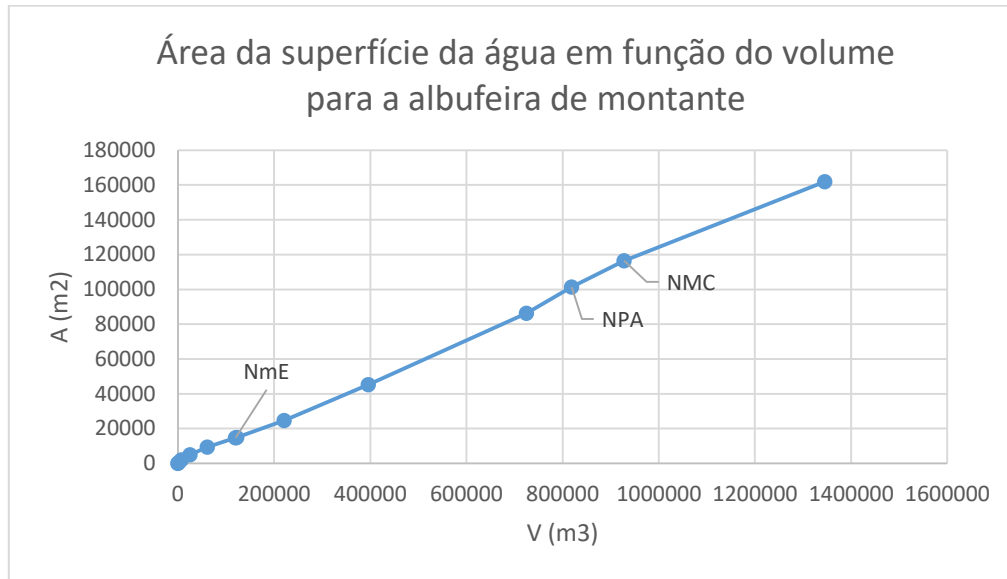


Figura 10 - Curva de volumes armazenados para a albufeira de montante, área em função do volume [27]

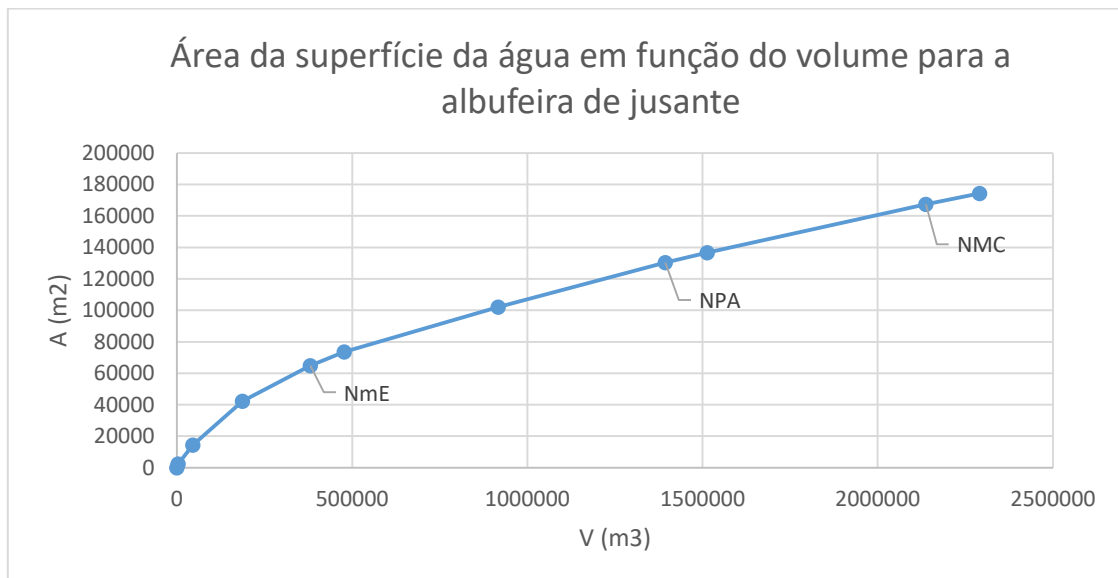


Figura 11 - Curva de volumes armazenados para a albufeira de jusante, área em função do volume [27]

Tal como no caso do par ordenado $(q(i), P(i))$, que tem associada uma variável adicional $y_p(n)$, além das $n-1$ variáveis binárias necessárias para definir os troços, no caso dos volumes existe também uma variável binária adicional, $y_{vol_i}(n)$, que é utilizada para a ativação da descarga da albufeira de montante e corresponde à variável binária do último valor da curva de volumes armazenados na albufeira, que de acordo com as condições definidas para as variáveis binárias irá assumir o valor de verdadeiro apenas caso tenha sido atingido o máximo volume de capacidade da albufeira, desta forma a descarga ocorre apenas quando a albufeira está no seu máximo de capacidade, privilegiando-se o armazenamento de energia.

Tipicamente o descarregador de cheias corresponde a uma abertura fixa na estrutura da barragem que permite a passagem da água a partir do Nível de Pleno Armazenamento (NPA). Não é portanto possível controlar o caudal de descarga, e o pressuposto de que a descarga apenas ocorre quando é atingida a altura máxima tem portanto fundamento não só com base na maximização do armazenamento, como também com base na natureza dos equipamentos tipicamente instalados em barragens. Algumas barragens de maior dimensão contam com uma comporta de descarga adicional

de caudal controlável, a uma cota inferior, para controlar a energia cinética do caudal de descarga e evitar danos sobre a barragem e elementos a jusante, não é no entanto o caso do aproveitamento hídrico em estudo, visto ser de pequena dimensão.

No estudo prévio é realizada uma simulação do recurso hídrico disponível na albufeira de jusante, na qual é calculado todo o balanço hídrico na albufeira de jusante. É com base nos resultados desta simulação que foi definido o caudal afluente, q_{afluente} , tendo em conta os valores observados para os piores e melhores anos em termos de recurso hídrico, dos 20 anos da simulação, que vai de 1950 a 1970 com base nos dados históricos das estações de observação distribuídas pela ilha.

No caso do caudal ecológico, $q_{\text{ecológico}}$, recorreu-se aos mesmos pressupostos empregues no estudo prévio, i.e., que o seu valor seria nulo caso o caudal afluente seja igualmente nulo, ou de 5% do caudal afluente no caso de este não ser nulo.

Foram definidos valores máximos para q_{bombagem} e $q_{\text{turbinação}}$, de 12,2 m³/s e 8,8 m³/s, respetivamente, e para $q_{\text{descarga1}}$ e $q_{\text{descarga2}}$, foram considerados valores máximos de 61,5 m³/s e 464 m³/s de acordo com o dimensionamento dos caudais de projeto e descarregadores de cheias constantes do estudo prévio do aproveitamento hídrico. [27]

Para os valores das perdas por evaporação, $q_{\text{evaporativo1}}$ e $q_{\text{evaporativo2}}$, foi empregue a abordagem que consta do estudo prévio do aproveitamento hídrico [27], baseada nos valores médios mensais de evaporação registados no posto de observação com maior evaporação da ilha, ou seja, estes são estimados para o pior cenário de evaporação registado. No estudo prévio é realizada uma simulação do recurso hídrico disponível na albufeira de jusante, na qual a área de evaporação é considerada constante, uma aproximação que tem sentido no contexto da análise mensal apresentada. No contexto da análise horária da presente tese faz sentido a consideração da área em cada instante da simulação. O estudo prévio refere a área da superfície da água para cada um dos valores de volume armazenado já considerados para a curva de volumes, pelo que mais uma vez se recorreu a uma linearização por troços para determinar a área em função do volume armazenado, e a evaporação total foi calculada considerando-se uma evaporação por unidade de área igual à média mensal registada, de acordo com a relação:

$$q_{\text{evaporativo}} = E_{\text{mensal}} \cdot A_{\text{superfície}} \quad (49)$$

Sendo E_{mensal} a evaporação média em milímetros do mês em que ocorre a simulação, e $A_{\text{superfície}}$ a área da superfície da água da albufeira. Recorrer a uma média mensal da evaporação por unidade de área para uma simulação horária, implica desvios relativamente à realidade, na qual de hora a hora a variação de temperatura e do nível de saturação da camada de ar à superfície da água conduz a flutuações do valor real de evaporação, que foram desprezadas na simulação.

Relativamente ao caudal de infiltração, $q_{\text{infiltração1}}$ e $q_{\text{infiltração2}}$, o seu cálculo é mais problemático, visto que estes valores dependem da área inundada da albufeira, cuja relação com o volume armazenado ou nível da água não é conhecida. Recorreu-se portanto aos valores de caudal de infiltração mensais calculados pela simulação apresentada no estudo prévio para estabelecer uma relação de linearidade entre o nível da água e o caudal de infiltração, tal como apresentada na Figura 12. Note-se que no estudo prévio é desprezado o caudal de infiltração da albufeira de montante, $q_{\text{infiltração1}}$, visto que a área da bacia hidrográfica de montante é muito pequena comparativamente à área da bacia hidrográfica de jusante (1,9km² contra os 24,5km² da bacia de jusante), e foi também esta a aproximação considerada na presente tese.

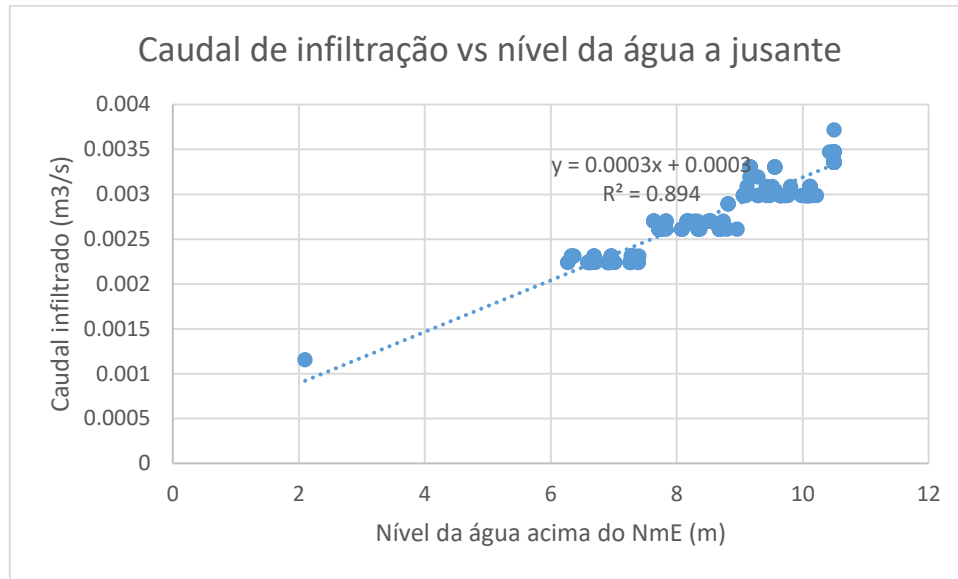


Figura 12 - Caudal de infiltração em função do nível da água na albufeira de jusante

Como é possível observar, existe efetivamente um bom nível de linearidade entre as duas grandezas, uma consequência da modelação empregue no estudo prévio, repare-se também na frequente disposição horizontal de muitos dos pontos amostrados, tal é devido ao reduzido número de Algarismos Significativos dos dados base, e possivelmente com mais Algarismos Significativos seria possível um melhor ajuste linear.

Quanto ao custo associado ao armazenamento, não foi considerado para esta tese, visto que este seria fortemente dependente da energia total armazenada durante o tempo de vida do sistema, que não é possível conhecer de antemão e de que não foram efetuadas simulações suficientemente pormenorizadas para o determinar, nem caem dentro do domínio desta tese.

3.4.3. Eólica

À semelhança da implementação descrita para os restantes geradores, sob os mesmos pressupostos de operação em estado estacionário, a eólica é também modelada por duas variáveis de decisão, correspondentes à potência ativa e potência reativa geradas, que durante a otimização são permitidas variar dentro de um limite máximo e mínimo.

O limite superior foi calculado com base nos valores de velocidade do vento (dados meteorológicos locais) para cada instante e recorrendo à curva de potência dos geradores eólicos existentes na ilha. Para toda a produção eólica foi considerada a curva de potência da turbina Vestas V52-850kW (Figura 13), o único modelo instalado na ilha, de acordo com o documento Cabo Verde 50% Renovável. [1] Foram consideradas apenas as flutuações em intensidade do vento, desprezando as variações em direção. As variações de direção do vento resultam numa perda de potência gerada durante o tempo que a turbina demora a ajustar a sua orientação ou se a variação ocorre por um período de tempo inferior ao tempo de resposta da turbina, no entanto uma vez que os dados de entrada correspondem a médias horárias considerou-se que esta perda de potência seria desprezável pois o tempo de resposta das turbinas é relativamente pequeno comparado com o período de discretização dos dados.

Quanto ao limite inferior da potência eólica, foi assumido como nulo, visto que as centrais eólicas podem ser desconectadas do SEP se necessário e para os valores intermédios as turbinas instaladas contam com mecanismos de controlo ativo de *pitch*, e o seu tempo de resposta é comparativamente pequeno relativamente ao período de discretização dos dados. [29] De notar, no entanto, que o

curtailment de uma elevada potência eólica é desafiante do ponto de vista de gestão do SEP, e que esse tipo de problemas cai fora do âmbito desta tese, cuja discretização temporal é de 1h.

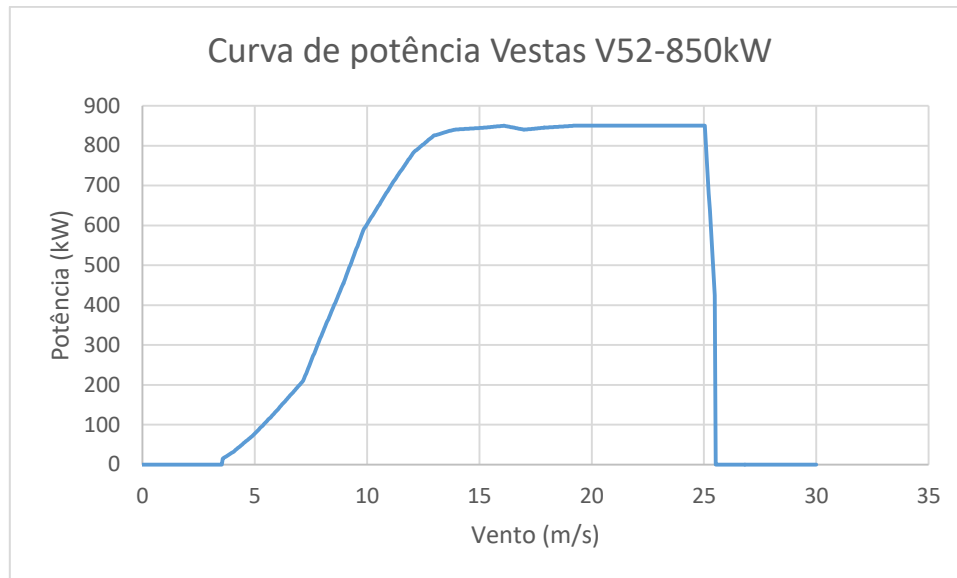


Figura 13 - Curva de potência dos aerogeradores

O modelo de turbina eólica empregue na ilha está acoplada a uma máquina assíncrona do tipo *double fed induction generator* (DFIG), com caixa de velocidades e controlo ativo de *pitch*. Tratando-se de um gerador do tipo DFIG, o fator de potência é controlável e foi portanto considerado o mesmo pressuposto empregue na máquina síncrona da geração hídrica para estimar a potência reativa gerada (expressão (36)). [29]

Quanto ao custo da geração é modelado em função das potências geradas a partir do LCoE que consta do relatório Cabo Verde 50% Renovável. [1]

3.4.4. Solar

A ilha de Santiago conta com 5 MW de potência fotovoltaica instalada, uma das maiores centrais fotovoltaicas em África e a maior do continente à data da sua inauguração em 2010. [30], [31] Adicionalmente o recurso solar é o recurso renovável mais abundante em Cabo Verde e parte integrante das estratégias propostas em Cabo Verde 50% Renovável. [1], [32] É portanto essencial a sua modelação para o estudo e planeamento do SEP de Cabo Verde.

À semelhança dos restantes centros de geração do modelo, as centrais solares foram modeladas como variáveis contínuas a que é permitido variar entre valores máximos e mínimos de acordo com a otimização. O máximo foi calculado com base em dados climáticos e na eficiência dos painéis fotovoltaicos e inversor, considerando que as centrais solares estão equipadas com inversores avançados com capacidade de controlo da potência ativa injetada, [33]–[35] sendo o mínimo considerado também de 0 para cada central (quando a central é desconectada do SEP) e a potência reativa também sujeita ao mesmo critério definido para a hídrica e a eólica (condição (36)).

Para o cálculo da potência elétrica gerada pelas centrais fotovoltaicas em primeiro lugar é necessário estimar o recurso solar disponível a cada instante da simulação. Como foi já mencionado, nesta tese a resolução temporal é de 1h e com base no programa Copernicus foram obtidos dados de irradiância nas suas componentes globais, direta e difusa sobre uma superfície horizontal nas coordenadas do parque solar de Praia. [36] Os painéis fotovoltaicos do parque são de estrutura fixa, e o seu ângulo

de inclinação foi assumido como igual à latitude do local, 14,91°, e voltado a Sul, que constitui na maioria das circunstâncias o ângulo ótimo que maximiza a produção fotovoltaica ao longo do ano. [37] É então necessário adaptar os valores de irradiância sobre a superfície horizontal para uma superfície inclinada. Existem vários modelos para efetuar esta conversão, que diferem fundamentalmente na complexidade da modelação da radiação difusa, no caso específico de Cabo Verde, a radiação difusa não é tão importante para a energia anual gerada como em países de maior nebulosidade e latitude, pelo que não se justifica grande complexidade na sua modelação. Sendo assim optou-se pela modelação mais simples existente na literatura: o modelo isotrópico. [38] Nesta modelação considera-se que o recurso solar sobre uma superfície inclinada é dado por:

$$I_{\beta} = I_{\text{dir},\beta=0} \frac{\cos(\theta_i)}{\cos(\theta_z)} + I_{\text{dif},\beta=0} \frac{1 + \cos(\beta)}{2} + I_{\beta=0} \rho_s \frac{1 - \cos(\beta)}{2} \quad (50)$$

Sendo β o ângulo de inclinação da superfície, I_{β} a irradiância global sobre a superfície inclinada, $I_{\text{dir},\beta=0}$ a irradiância direta sobre a superfície horizontal, $I_{\text{dif},\beta=0}$ a irradiância difusa sobre o plano horizontal, $I_{\beta=0}$ a irradiância global sobre o plano horizontal, θ_i o ângulo de incidência sobre a normal da superfície inclinada, θ_z o ângulo zenital do sol e ρ_s a refletância do solo nas redondezas do painel solar. Este último valor assume geralmente o valor de 20% para solo desértico exposto, um valor que seria expectável ser semelhante ao observado para o clima semi-árido de Cabo Verde, no entanto tratando-se de uma central solar os painéis existentes em torno de cada painel possuem uma absorvância elevada pelo que o valor de refletância das redondezas de cada painel assume o valor aproximado de apenas 5%, o valor de referência para estas circunstâncias. [39] Sendo o ângulo de incidência e o ângulo zenital calculado pela seguinte expressão: [37], [40], [41]

$$\cos(\theta_i) = \cos(\delta) \cos(\varphi - \beta) \cos(\omega) + \sin(\delta) \sin(\varphi - \beta) \quad (51)$$

Sendo que esta expressão é válida apenas para superfícies voltadas a sul e θ_i é igual a θ_z para $\beta=0$, com φ correspondendo à latitude, δ à declinação e ω ao ângulo solar.

A declinação em radianos foi calculada com base na expressão: [37], [41], [42]

$$\delta = 23,45 \frac{\pi}{180} \sin\left(2\pi \frac{284+n}{365}\right) \quad (52)$$

Na qual n corresponde ao dia do ano, em formato Juliano.

Quanto ao ângulo solar, foi necessário efetuar primeiro a conversão da hora UTC empregue nos dados de radiação do Copernicus, para a hora solar, com base na expressão: [43]

$$h_{\text{solar}} = h + \frac{4(\lambda + 15) + 9,87 \sin(2B) - 7,53 \cos(B) - 1,5 \sin(B)}{60} \quad (53)$$

Na qual h é a hora local e:

$$B = \frac{360}{365}(n - 81) \quad (54)$$

Com n a representar o dia juliano.

Por fim a conversão da hora solar para o ângulo solar em radianos foi efetuada através da expressão:

$$\omega = \frac{\pi}{12}(h_{\text{solar}} - 12) \quad (55)$$

Está agora calculado o recurso solar incidente sobre a superfície de cada painel fotovoltaico, para o cálculo da potência ativa gerada resta agora considerar a eficiência do painel e do inversor:

$$P = I_{\beta} \eta_{\text{painel}} \eta_{\text{inversor}} A \quad (56)$$

Na qual A representa a área total de painéis fotovoltaicos. Não foi possível determinar o modelo dos painéis fotovoltaicos empregues na central, pelo que se considerou uma eficiência (η_{painel}) de 14%, a eficiência típica de painéis fotovoltaicos de silício policristalino, a tecnologia mais barata e popular para este tipo de instalações, à data da construção da central em 2010. [44] A eficiência de um painel fotovoltaico diminui com o aumento da temperatura de operação [45] e redução da irradiância incidente relativamente às condições *standard* (STC). Nesta modelação o efeito da irradiância foi desprezado, visto que é o efeito que menos irá contribuir para imprecisões do modelo, uma vez que a redução da eficiência apenas é significativa quando a potência de entrada (irradiância) é reduzida. No caso da temperatura o efeito é precisamente o contrário, pois a diminuição de eficiência ocorre precisamente nos períodos de maior potência de entrada. Assim, como é prática corrente, foi considerada uma variação linear da eficiência com a temperatura, com base num coeficiente de $-0,47 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ de um painel solar típico de 2010, [46] de acordo com a expressão:

$$\eta = \eta_{\text{STC}} - 0,0047 \Delta T \quad (57)$$

Na qual η_{STC} corresponde à eficiência em condições STC, que assume o valor de 14%, tal como foi já referido, e ΔT corresponde à variação de temperatura em graus Celsius relativamente aos 25°C das condições STC.

Quanto ao inversor, a sua eficiência depende sobretudo da potência de saída, e são geralmente fornecidas pelo fabricante curvas de eficiência em função desta variável, pelo que seria possível considerar uma abordagem semelhante à empregue nesta tese com a curva de eficiência da hídrica. No entanto a eletrónica de potência dos inversores é já uma tecnologia madura e as suas eficiências eram já em 2010 relativamente elevadas, sendo as perdas apreciáveis apenas para valores significativamente baixos de potência (Figura 14), pelo que no contexto desta tese não se justifica uma abordagem muito complexa, com o peso computacional adicional que esta acarretaria, e o valor de eficiência dos inversores foi considerado constante. Foi então considerado o valor de eficiência típico de 95%, [47] segundo o padrão Euro, que constitui uma média ponderada da eficiência do inversor para vários valores de potência de saída relativamente à potência nominal, de acordo com a expressão:

$$\eta_{\text{euro}} = 0,03\eta_{5\%} + 0,06\eta_{10\%} + 0,13\eta_{20\%} + 0,1\eta_{30\%} + 0,48\eta_{50\%} + 0,2\eta_{100\%} \quad (58)$$

O uso de uma média ponderada baseada em vários pontos da curva de eficiência, deverá reduzir parcialmente os erros resultantes nesta análise da consideração de um valor constante de eficiência para o inversor.

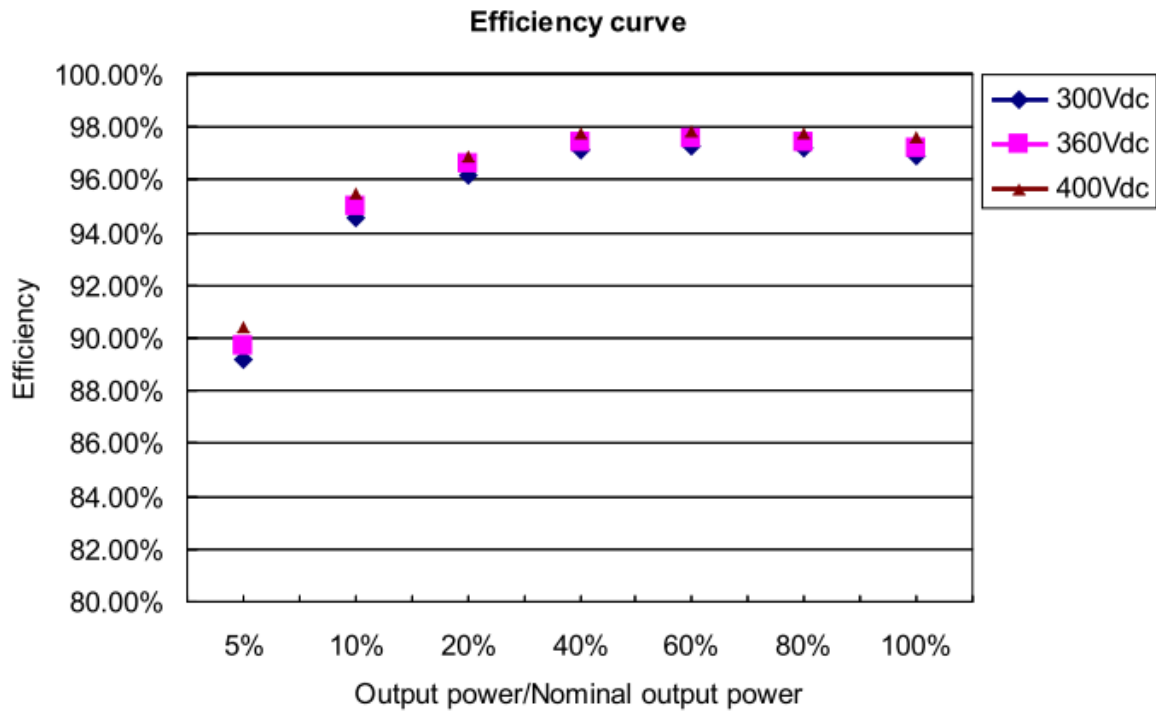


Figura 14 - Curva de eficiência de um inversor de 2010 (USI-5000TL) [48]

Quanto ao custo da geração é modelado em função das potências geradas a partir do LCoE que consta do relatório Cabo Verde 50% Renovável. [1]

3.5. Cargas

O consumo de eletricidade depende essencialmente das condições climáticas, do período do ano ou semana e do tipo de cliente. Na previsão do diagrama de carga é comum os operadores da rede distinguirem os clientes de acordo com classes, sendo a divisão mais geral efetuada em residenciais, industriais e comerciais. As condições climáticas impactam o consumo através dos gastos em climatização, sendo a temperatura e humidade um dos fatores que é mais comum considerar na previsão do consumo. Quanto ao período do ano ou semana, afeta a atividade dos clientes, fins-de-semana e períodos de férias apresentam um diagrama de carga distinto de dias úteis, e a altura do ano influencia a atividade económica. [5]

A obtenção de dados reais para a rede elétrica da ilha e do diagrama de carga foi muito problemático, uma vez que não foi possível consultar a Electra, gestora do sistema eletro-produtor da ilha. A maior parte da informação acerca de linhas de transmissão, transformadores e geradores, proveio do relatório “Cabo Verde 50% Renovável – Um Caminho até 2020”, na qual está representado o diagrama unifilar da rede e referidos todos os novos projetos de energias renováveis. Quanto ao diagrama de carga, teve de ser estimado e foi especialmente problemático. Foram tentadas várias abordagens até que por fim, dada a ausência de dados do consumo para a ilha de Santiago e tendo em conta que os diagramas de carga de ilhas tendem a ter características distintas do observado no continente, recorreu-se ao diagrama de carga da ilha da Madeira, que constitui um bom análogo para a ilha de Santiago. Apenas foi possível obter acesso ao diagrama de produção da ilha, pelo que com base neste foi estimado o diagrama de carga, desprezando os desequilíbrios entre a produção e o consumo, que não serão significativos dada a boa qualidade da energia da ilha, e considerando que o valor médio das perdas ao longo do ano (8,6%) [22] se mantém constante ao longo do período de estudo, que em rigor depende dos valores de consumo em cada ponto da rede e das condições de operação nesse instante. A Tabela 7 apresenta uma comparação sumária entre as duas ilhas:

Tabela 7 - Comparação entre as ilhas de Santiago e da Madeira [49]–[53]

	Santiago	Madeira
Área	991 km ²	742 km ²
População	266.161 habitantes	262.452 habitantes
PIB (PPC) em 2014 (milhões de dólares internacionais atuais)	1.698,338	7.145,729
Estrutura da economia		
Setor primário	9,14%	2,1%
Setor secundário	17,7%	12,83%
Setor Terciário	73,09%	85,07%

As duas ilhas têm dimensão e população semelhantes, as suas economias têm uma estrutura também semelhante, com uma predominância do setor terciário, no entanto a economia da Madeira é significativamente maior. Uma estrutura económica semelhante deverá resultar em diagramas de carga com uma estrutura igualmente semelhante, visto que resultará numa distribuição semelhante de tipos de consumidor. No entanto a distinta dimensão das duas economias revela-se nos seus picos de consumo, com 142,18 MW para a madeira, [22] e 34,471 MW para Santiago. [26] Tendo em conta que o nível de desenvolvimento de uma região tem muitas vezes uma correlação direta com o consumo energético, entendeu-se que a melhor maneira de compensar esta discrepância seria aplicando sobre todo o diagrama de carga da Madeira um fator correspondente à proporção entre os PIBs das duas ilhas. Uma vez que a prioridade aqui é ter uma métrica tão realista quanto possível da efetiva produção das duas economias, para isolar tanto quanto possível o PIB das duas regiões das diferenças entre preços praticados foi considerado o PIB em PPC (Paridade do Poder de Compra). Para verificar a validade deste fator de correção foi calculado o consumo de energia por habitante de cada ilha, obtendo-se um valor de 3,16 MWh.hab⁻¹ para a Madeira e de 0,77 MWh.hab⁻¹ para Santiago, que após correção assumiu o valor de 3,09 MWh.hab⁻¹, bastante próximo do observado para a Madeira. Para prever a evolução do consumo para anos futuros, considerou-se a taxa de crescimento média anual do PIB para os últimos anos, de 6%, assumindo-se que a intensidade energética da economia se mantém relativamente constante. [54]

A ilha da Madeira apresenta temperaturas geralmente inferiores às observadas em Santiago, [55], [56] pelo que para reduzir o efeito da temperatura sobre a carga, foi escolhida a segunda semana de Julho de 2014 do diagrama de carga da Madeira para modelar a carga de Santiago, de forma a corresponder ao período de Verão e temperaturas mais altas, sem a reduzida atividade económica do período de férias laborais, que ocorre maioritariamente em Agosto e semanas adjacentes.

A metodologia descrita permitiu estimar o diagrama de carga total da ilha, resta distribuir as cargas pelos diferentes barramentos, que foi realizado com base em dados da tese de doutoramento de uma aluna da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, [23] que teve acesso a dados da Electra. Estes dados dizem respeito ao diagrama de carga de um único dia, distribuído pelos diferentes barramentos, com base nos quais foi calculada a proporção da carga total em cada barramento, e aplicada ao diagrama de carga total estimado para os dias da simulação desta tese, considerando-se que a distribuição da carga total entre os barramentos não varia consideravelmente, uma vez que esta está geralmente associada aos grandes centros populacionais.

Adicionalmente existe também um banco de condensadores com uma capacidade de 4 kVAr ligado à sub-estação de Calheta (Figura 1), que foi representado no modelo como uma carga reativa que é permitida variar de forma contínua entre 0 e -4 kVAr, conforme necessário para a otimização. Trata-se de uma aproximação, visto que este tipo de unidades de regulação geralmente atua com base em níveis discretos de potência e não de uma forma contínua. A implementação no modelo de níveis discretos para o condensador é simples e possível mas iria implicar o recurso a um maior número de variáveis binárias (ou inteiras), que aumentariam significativamente a dificuldade de resolução do problema, que não é justificável neste caso visto que o erro que a aproximação considerada implica não é significativo.

3.6. Da lógica às equações de restrição

A variável com maior impacto sobre o fluxo de potência do ponto de vista do operador do sistema e que sofre maiores variações no tempo é o recurso renovável disponível. Adicionalmente o impacto das suas variações é relativo ao nível de consumo que ocorre num determinado instante, que no contexto da simulação é conhecido e considerado fixo para um determinado instante, visto que a procura tem necessariamente de ser satisfeita, enquanto a geração renovável pode ser ajustada por *curtailment*. Assim para melhor visualizar a situação é conveniente conceber um esquema em que seja imediato observar as variações de recurso renovável disponível relativamente ao consumo, para determinado instante:

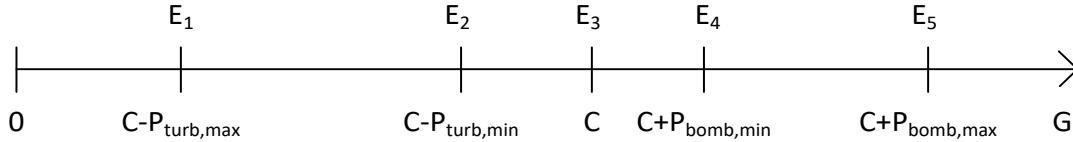


Figura 15 – Nível de geração relativamente à carga para determinado instante e pontos notáveis de produção

Na Figura 15 está representado o nível de produção energética renovável (G) e o consumo (C), considerado fixo, para determinado instante. Estão também representados os pontos notáveis de estado do sistema mais relevantes para as decisões do operador do SEP. O estado anotado como E_3 corresponde ao ponto em que a geração renovável é suficiente para satisfazer todo o consumo. Os restantes pontos dizem respeito não só ao nível de consumo mas também à capacidade de geração/armazenamento do sistema hídrico, sendo $P_{turb,min}$ e $P_{turb,max}$, a potência mínima e máxima de geração hídrica (modo de turbinagem), respetivamente, e $P_{bomb,min}$ e $P_{bomb,max}$, a potência mínima e máxima de armazenamento hídrico (modo de bombagem), respetivamente. Assim, nos níveis de produção renovável entre E_1 e E_2 , o sistema hídrico tem capacidade de satisfazer as restantes necessidades de geração do SEP, e nos níveis de produção renovável entre E_4 e E_5 , o sistema hídrico pode armazenar o excesso de produção renovável. A cada um destes estados do sistema E_1, \dots, E_5 pode ser associada uma variável binária y_1, \dots, y_5 , através de relações do tipo (5) e (6), já apresentadas no subcapítulo 3.1.1. É com base nestas variáveis binárias que é definido o modo de operação do sistema para cada instante, uma abordagem que evoca uma área de modelação matemática conhecida por programação por eventos. A partir do ponto E_5 esta é uma área de *infeasibility*, que é eliminada pelo *solver*, pelo que não é necessário criar uma variável y_5 para tratar estas situações na lógica do modelo, pelo que foram criadas apenas 4 variáveis binárias, y_1, \dots, y_4 .

Os valores de cada uma das variáveis binárias foram definidos de forma sequencial por ordem crescente do nível de geração renovável, ou seja:

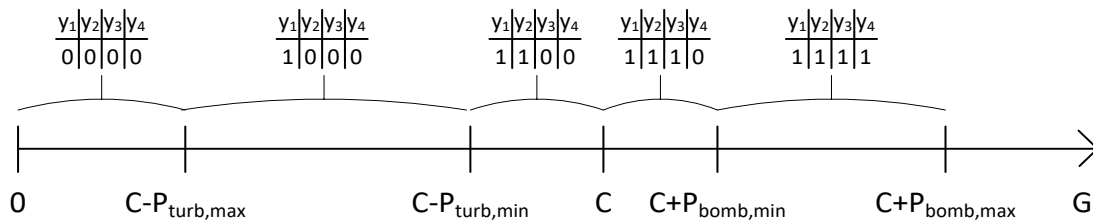


Figura 16 - Definição das variáveis binárias do nível de produção para cada intervalo

Todas as restantes combinações destas variáveis binárias não são permitidas, o que permite determinar se o estado do sistema está dentro de um intervalo $[E_{inicial}, E_{final}]$, apenas com as variáveis binárias associadas ao estado inicial e final, $y_{inicial}$ e y_{final} .

Toda a operação lógica do modelo é baseada nestas variáveis binárias, recorrendo aos métodos descritos no subcapítulo 3.1.1. Há no entanto uma expressão que é aplicada independentemente do estado do sistema E_1, \dots, E_5 , a imposição de exclusividade ou não ocorrência (NAND) entre turbinagem e bombagem:

$$\overline{T \cap B} = \overline{T} \cup \overline{B} \quad (59)$$

Sendo T e B os acontecimentos booleanos que designam a ocorrência de turbinagem e de bombagem, respetivamente, tratando-se de uma expressão do tipo (18) (NAND). De acordo com a Tabela 3 esta pode ser expressa em GAMS como:

$$y_T + y_B \leq 1 \quad (60)$$

Sendo y_T e y_B as variáveis binárias correspondentes aos acontecimentos T e B , respetivamente. Esta restrição advém da natureza do aproveitamento hídrico em projeto, que conta com um único percurso de adução para todos os grupos turbina-gerador, pelo que não pode efetuar turbinagem e bombagem simultaneamente.

A restante lógica do modelo opera sempre de acordo com o estado do sistema (E_1, \dots, E_4). Visto que há mais variáveis binárias envolvidas, é conveniente determinar as relações pretendidas com recurso ao método dos mapas de Karnaugh, já descrito no subcapítulo 3.1.3.

Em primeiro lugar foram criadas condições para impor a turbinagem sempre que existe volume de água disponível e as necessidades de produção do sistema são superiores à potência mínima de operação da hídrica. Nesta relação estão envolvidos os acontecimentos E_2 e T , já descritos, e também o acontecimento V_M , que é verdadeiro quando a albufeira de montante está vazia ou não tem água suficiente para turbinar, e cuja variável binária será então y_{V_M} . Obtém-se então o seguinte mapa de Karnaugh:

Tabela 8 - Mapa de Karnaugh para a imposição de turbinagem

		$V_M \cap T$			
		00	01	11	10
E_2	0	0	1	0	1
	1	1	1	0	1

Estão marcados a cores diferentes os grupos considerados, que permitem deduzir a relação:

$$(\overline{V_M \cap T}) \cap (\overline{E_2 \cap \overline{V_M} \cap \overline{T}}) = (\overline{V_M} \cup \overline{T}) \cap (E_2 \cup V_M \cup T) \quad (61)$$

Simplificada com recurso à condição (15), do subcapítulo 3.1.2. Em GAMS esta expressão irá corresponder a duas restrições. A primeira, expressa em álgebra booleana por $\overline{V_M} \cup \overline{T}$, impõe que não ocorra turbinagem quando a albufeira de montante está vazia, a ocorrência de turbinagem nestas circunstâncias seria uma *infeasibility*, que é excluída pelo *solver* sem necessidade de impor esta restrição. Quanto à segunda restrição, expressa em álgebra booleana por $E_2 \cup V_M \cup T$, foi implementada e de acordo com a Tabela 3 pode ser expressa em GAMS como:

$$y_2 + y_{V_M} + y_T \geq 1 \quad (62)$$

Também foi possível deduzir a expressão $E_2 \cup V_M \cup T$ com base apenas nas expressões (15) e (16) da álgebra booleana, descritas no subcapítulo 3.1.2, o que confirma a validade do método empregue no mapa de Karnaugh. Segue-se a manipulação algébrica empregue:

$$(\overline{E_2} \cap \overline{V_M}) \Rightarrow T = \overline{\overline{E_2} \cap \overline{V_M}} \cup T = E_2 \cup V_M \cup T \quad (63)$$

Analogamente às restrições criadas para impor a turbinagem, foram também criadas restrições para impor a bombagem quando existe volume de água disponível e o excesso de produção do sistema é

superior à potência mínima de operação da hídrica. Nesta relação estão envolvidos os acontecimentos E_4 e B , já descritos, e também o acontecimento V_J , que é verdadeiro quando a albufeira de jusante está vazia ou não tem água suficiente para turbinar, e cuja variável binária será então y_{V_J} . Obtém-se então o seguinte mapa de Karnaugh:

Tabela 9 - Mapa de Karnaugh para a imposição de bombagem

		$V_J \cap B$			
		00	01	11	10
E_4	0	1	1	0	1
	1	0	1	0	1

Estão marcados a cores diferentes os grupos considerados, que permitem deduzir a relação:

$$(\overline{V_J} \cap \overline{B}) \cap (\overline{E_4} \cap \overline{V_J} \cap \overline{B}) = (\overline{V_J} \cup \overline{B}) \cap (\overline{E_4} \cup V_J \cup B) \quad (64)$$

Simplificada com recurso à condição (15), do subcapítulo 3.1.2. Em GAMS esta expressão irá corresponder a duas restrições. A primeira, expressa em álgebra booleana por $\overline{V_J} \cup \overline{B}$, impõe que não ocorra bombagem quando a albufeira de jusante está vazia, a ocorrência de bombagem nestas circunstâncias seria uma *infeasibility*, que é excluída pelo *solver* sem necessidade de impor esta restrição. Quanto à segunda restrição, expressa em álgebra booleana por $\overline{E_4} \cup V_J \cup B$, foi implementada e de acordo com a Tabela 3 pode ser expressa em GAMS como:

$$(1 - y_4) + y_{V_J} + y_B \geq 1 \Leftrightarrow y_{V_J} + y_B \geq y_4 \quad (65)$$

Também foi possível deduzir a expressão $E_2 \cup V_M \cup T$ com base apenas nas expressões (15) e (16) da álgebra booleana, descritas no subcapítulo 3.1.2, o que confirma a validade do método empregue no mapa de Karnaugh. Segue-se a manipulação algébrica empregue:

$$(E_4 \cap \overline{V_J}) \Rightarrow B = \overline{E_4} \cap \overline{V_J} \cup B = \overline{E_4} \cup V_J \cup B \quad (66)$$

De notar que de acordo com esta restrição, a ocorrência de bombagem é dependente do volume de água a montante, pelo que é possível ocorrer bombagem mesmo quando a albufeira de montante está cheia, que resultará em que todo o excesso de água volte à albufeira de jusante pela comporta de descarga. Nesta situação não é armazenada energia e a bombagem está a ser usada apenas como uma carga controlável para apoiar no equilíbrio entre produção e consumo.

Foram também criadas restrições para desativar o *diesel* quando existe volume de água disponível a montante e as necessidades de produção do sistema são superiores à potência mínima de operação da hídrica, ou seja, o mesmo nível em que é imposta a turbinagem, dando assim prioridade à hídrica relativamente ao *diesel*. Nesta relação estão envolvidos os acontecimentos E_1 , E_2 e V_M , já descritos, e também o acontecimento D , que é verdadeiro quando o *diesel* está ativo, e cuja variável binária será então y_D . Obtém-se então o seguinte mapa de Karnaugh:

Tabela 10 - Mapa de Karnaugh para a inibição do *diesel* quando é imposta turbinagem

		$V_M \cap D$			
		00	01	11	10
$E_1 \cap E_2$	00	1	1	1	1
	01	0	0	0	0
	11	1	1	1	1
	10	1	0	1	1

Estão marcados a cores diferentes os grupos considerados, que permitem deduzir a relação:

$$\left(\overline{E_1 \cap E_2}\right) \cap \left(\overline{E_1 \cap E_2 \cap V_M \cap D}\right) = \left(E_1 \cup \overline{E_2}\right) \cap \left(\overline{E_1} \cup \overline{E_2} \cup \overline{V_M} \cup \overline{D}\right) \quad (67)$$

Simplificada com recurso à condição (15), do subcapítulo 3.1.2. Em GAMS esta expressão irá corresponder a duas restrições. A primeira, expressa em álgebra booleana por $E_1 \cup \overline{E_2}$, já é imposta em GAMS pelas condições que definem as variáveis binárias y_1 e y_2 , já mencionadas, ambas as variáveis binárias dependem apenas das variáveis contínuas da geração (G) e da carga (C), e é estabelecida uma precedência que garante que o acontecimento E_2 nunca se poderá concretizar se E_1 não tiver também ocorrido. Quanto à segunda restrição, expressa em álgebra booleana por $\overline{E_1} \cup \overline{E_2} \cup \overline{V_M} \cup \overline{D}$, foi implementada e de acordo com a Tabela 3 pode ser expressa em GAMS como:

$$(1 - y_1) + y_2 + y_{V_M} + (1 - y_D) \geq 1 \Leftrightarrow y_2 + y_{V_M} \geq y_D + y_1 - 1 \quad (68)$$

Também foi possível deduzir a expressão $\overline{E_1} \cup \overline{E_2} \cup \overline{V_M} \cup \overline{D}$ com base apenas nas expressões (15) e (16) da álgebra booleana, descritas no subcapítulo 3.1.2, o que confirma a validade do método empregue no mapa de Karnaugh. Segue-se a manipulação algébrica empregue:

$$\left(E_1 \cap \overline{E_2} \cap \overline{V_M}\right) \Rightarrow \overline{D} = \overline{E_1 \cap E_2 \cap V_M \cap D} = \overline{E_1} \cup \overline{E_2} \cup \overline{V_M} \cup \overline{D} \quad (69)$$

Foram também criadas restrições para desativar o *diesel* sempre que existe excesso de produção renovável. Nesta relação estão envolvidos os acontecimentos E_3 e D, já descritos. Trata-se de uma imposição de exclusividade ou não ocorrência (NAND), semelhante à condição (59) que relaciona T e B. Neste caso tem-se:

$$\overline{E_3 \cap D} = \overline{E_3} \cup \overline{D} \quad (70)$$

Que de acordo com a Tabela 3 esta pode ser expressa em GAMS como:

$$y_3 + y_D \leq 1 \quad (71)$$

Através de relações do mesmo tipo (NAND), foram também impostas as relações:

$$\overline{E_3 \cap T} = \overline{E_3} \cup \overline{T} \quad (72)$$

$$\overline{E_3 \cap B} = \overline{E_3} \cup \overline{B} \quad (73)$$

Que em GAMS são expressas por:

$$y_3 + y_T \leq 1 \quad (74)$$

$$(1 - y_B) + y_3 \geq 1 \Leftrightarrow y_B \leq y_3 \quad (75)$$

A restrição (74) tem por função desativar a turbinagem sempre que há excesso de produção renovável, de forma a poupar a energia armazenada para os períodos de menor produção renovável. Quanto à restrição (75), desativa a bombagem quando não há excesso de produção renovável, para que não seja armazenada energia produzida pelo *diesel*. Adicionalmente, estas restrições têm também a função de eliminar soluções que à partida não serão ótimas, facilitando o trabalho do *solver*.

3.7. Inicialização e simplificações consideradas

Os algoritmos de resolução de problemas de otimização não-lineares de inteiros mistos (MINLP) recorrem a métodos iterativos que requerem uma boa aproximação inicial à solução pretendida para garantir a convergência e que a solução corresponda a um ponto de inflexão global. No modelo desenvolvido no LNEG, [2] recorre-se a dois modelos adicionais, que constituem diferentes níveis

de simplificação do modelo completo e cujas soluções são utilizadas sequencialmente para inicializar o modelo seguinte, com um aumento progressivo de complexidade. O nível intermédio de complexidade considera a inexistência de quedas de tensão entre barramentos e apenas a componente ativa da potência. Quanto ao maior nível de simplificação que corresponde à primeira inicialização do problema, adicionalmente às simplificações já referidas para o modelo intermédio, é também considerado que as diferenças de fase entre barramentos são pequenas e desprezadas as perdas de potência nas linhas, assim como os limites técnicos de transmissão de potência. O conjunto de todas estas simplificações é conhecido na literatura como o modelo de corrente contínua, e é frequentemente aplicado na resolução do fluxo de potência determinado, como descrito no subcapítulo 2.2, se aplicado em soluções de otimização é conhecido como DCOPF (*Direct Current Optimal Power-Flow*), e o modelo completo sem simplificações é conhecido por ACOPF (*Alternating Current Optimal Power-Flow*).

É então necessário definir a forma de inicialização das componentes desenvolvidas na presente tese que foram incorporadas ao modelo do LNEG. Em primeiro lugar foi retirada a etapa intermédia de inicialização, que não só se revelou desnecessária para a convergência do modelo mais complexo como as condições mais restritivas que impunha, nomeadamente a nível de transmissão de potência, alteravam os valores da otimização conduzindo a uma representação da potência mais adequada à diferença de fase entre barramentos.

Capítulo 4 – Definição e otimização de cenários

A principal fonte de incerteza numa rede elétrica com elevada penetração de renováveis são as condições meteorológicas, que condicionam fortemente a produção renovável, e, em menor medida, o consumo de energia. Assim sendo, a primeira variável a considerar na simulação de uma rede elétrica, na resolução temporal desta tese (1h), são as condições climáticas.

Cabo Verde localiza-se a uma latitude de aproximadamente 15°, com clima tropical, no entanto a sua localização na faixa de Sahel torna o clima igualmente árido. A proximidade do oceano resulta em temperaturas mais moderadas que no continente, com poucas variações, cujas máximas diárias vão desde 25°C em Janeiro até 29°C em Setembro. A precipitação é escassa, inferior aos níveis do continente e pouco acima do limiar para um clima desértico, concentrada sobretudo entre Agosto e Outubro, de uma forma errática em pesados aguaceiros, que pode ser distinguida como a estação das chuvas, e o restante período como a estação seca. [24], [25]

Sendo o foco desta tese o armazenamento em albufeira, é necessário considerar um período de simulação longo o suficiente para permitir que as flutuações da produção renovável possam ser mitigadas pelo armazenamento. Para o efeito foi então considerado um período de simulação de uma semana útil, e foram selecionadas 2 semanas do ano correspondentes a condições tão diferentes entre si quanto possível a nível climático, de forma a estimar a sensibilidade da simulação às condições climáticas.

A Figura 17 representa o vento médio, temperatura média e insolação, a nível mensal, com valores adimensionalizados através do valor máximo de cada variável, para melhor visualizar as suas flutuações e comparação. Observa-se que o vento é o recurso renovável que sofre variações mais significativas ao longo do ano, enquanto o recurso solar sofre variações menos significativas, com alguma complementariedade entre os dois. A escolha das 2 semanas do ano com base no critério referido irá sempre envolver alguma subjetividade, mas tendo em conta que neste caso é o vento a principal fonte de incerteza na produção renovável, foi escolhida a primeira semana útil de Agosto e a segunda semana útil de Fevereiro, que se incluem na estação das chuvas e na estação seca, respetivamente.

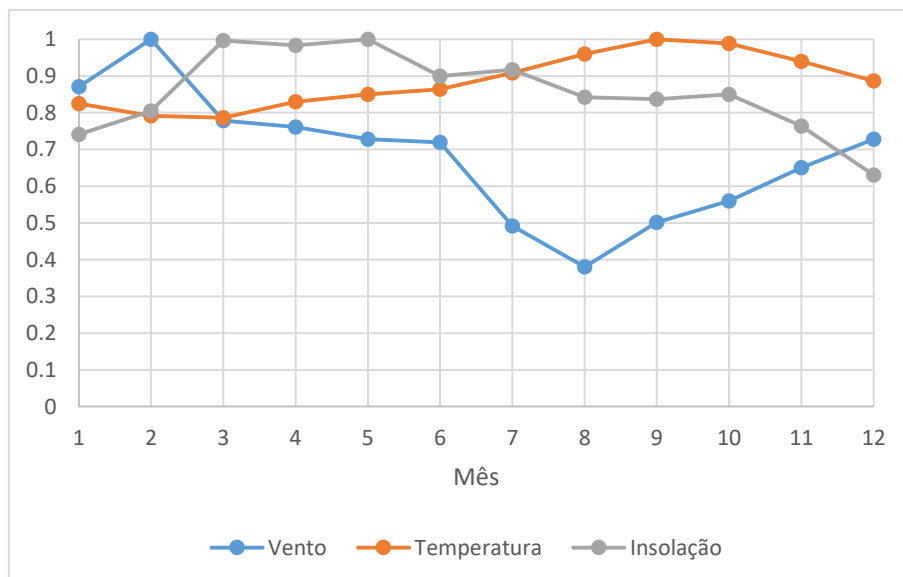


Figura 17 – Médias mensais de vento, temperatura e insolação

Dado o elevado número de investimentos de produção renovável em projeto, o número de centrais renováveis já em funcionamento foi outro dos parâmetros estudados em maior pormenor. A Tabela 11 contém um resumo de todos os projetos de energias renováveis para a ilha que constam do plano de investimentos do documento Plano Energético Renovável – Cabo Verde, de 2011. [57] Embora o

documento seja de 2011, dos projetos referidos apenas 2 estão já em operação, de acordo com o relatório mais recente da operadora do SEP: a fase I do parque solar de Santiago e o parque eólico da produtora independente Cabeólica. [58] Assim sendo, uma vez que não se dispõe de informações mais recentes, irá assumir-se que os restantes projetos estão ainda em curso, e que os projetos com conclusão prevista para 2013-2015 estão atrasados, mas que deverão entrar em funcionamento antes dos projetos com data de conclusão prevista para 2016-2020. Foram então considerados 3 cenários para o parque eletro-produtor da ilha: um cenário base, apenas com as centrais atualmente em funcionamento na ilha; um cenário intermédio, que inclui os projetos com data de conclusão prevista para 2013-2015; e um cenário para 2020, que inclui todos os projetos de energia renováveis planeados.

Tabela 11 - Projetos de energia renovável para a ilha de Santiago

Projeto	Potência instalada (MW)	Data de conclusão prevista
Parque solar – Achada da Cidade Velha – Fase I	3	2013-2015
Parque solar – Achada da Cidade Velha – Fase II	6	2016-2020
Parque solar de Santiago – Fase I	5	2010
Parque solar de Santiago – Fase II	1	2013-2015
Parque eólico Cabeólica	9,35	2011
Parque eólico – Monte Leão	3,4	2013-2015
Parque eólico – Rui Vaz	3,4	2013-2015
Parque eólico – Achada da Mostarda – Fase I	12,75	2013-2015
Parque eólico – Achada da Mostarda – Fase II	5,95	2016-2020
Parque eólico – Pedra Branca	6,8	2013-2015
Parque eólico – Montes Redondos	6,8	2016-2020

A principal função objetivo considerada foi a maximização da penetração de renováveis, é esta a função empregue em todos os cenários a não ser que haja indicação explícita em contrário.

Embora em todos os casos tenham sido calculados todos os valores do fluxo de potência (potência ativa e reativa injetada, tensão e fase, para cada barramento), optou-se por apresentar resultados globais para cada instante a nível de potência de toda a rede, nomeadamente: o total de potência ativa e reativa produzida pelos geradores *diesel*, o total de recurso renovável disponível, o total de potência ativa e reativa efetivamente injetada na rede que é produzida por fontes renováveis (excluindo a hídrica), a potência gerada ou consumida pela hídrica (positiva no caso da turbinagem, negativa no caso da bombagem), o total de potência ativa e reativa consumida pelas cargas (excluindo a bombagem), e o volume de água armazenado na albufeira de montante.

Os tempos de resolução apresentados foram os observados para um computador com as seguintes especificações: Windows 10, processador i5-2500, placa gráfica GeForce GTX 550 Ti, 16GB de memória RAM.

4.1. Definição dos cenários

Em resumo existem então 2 fatores que serão considerados em maior pormenor: as condições climáticas, que definem 2 cenários, correspondentes à maior e menor disponibilidade renovável, e que ocorrem em Fevereiro e em Agosto, respetivamente; e as centrais renováveis em funcionamento, que definem 3 cenários, um cenário base apenas com as centrais atualmente em funcionamento, um cenário para 2020 com todos os projetos previstos já em funcionamento e um cenário intermédio. São então definidos um total de 6 cenários:

Tabela 12 – Resumo dos cenários considerados

Cenário	Centrais de produção renovável	Recurso renovável disponível	Recurso hídrico disponível
Fev-Base	Apenas explorações existentes	Elevado	Baixo
Fev-Intermédio	Todos os projetos previstos até 2013-2015	Elevado	Baixo
Fev-2020	Todas as centrais em projeto	Elevado	Baixo
Ago-Base	Apenas explorações existentes	Baixo	Elevado
Ago-Intermédio	Todos os projetos previstos até 2013-2015	Baixo	Elevado
Ago-2020	Todas as centrais em projeto	Baixo	Elevado

4.2. Análise preliminar

Em primeiro lugar serão apresentados os resultados que embora não se incluam nos resultados finais, foram importantes para justificar algumas das decisões tomadas durante a análise, e podem também agora servir para definir a estrutura de apresentação dos dados. Estes serão analisados apenas de uma forma sumária, com vista apenas a indicar as decisões que motivaram. Uma análise mais aprofundada seguir-se-á nos subcapítulos subsequentes.

Tal como descrito no Capítulo 3, o modelo desenvolvido resolve o DCOPF para posterior inicialização do ACOPF, tratando-se o primeiro de um problema do tipo MIP e o segundo do tipo MINLP. Como seria de esperar o DCOPF é resolvido muito mais rapidamente que o ACOPF, variando conforme os parâmetros de entrada. Não foi possível obter resultados em tempo útil para o ACOPF para um período de simulação de 1 semana, não há no entanto nenhuma razão para que não sejam obtidos resultados se o *script* correr por tempo suficiente, visto que não há nenhuma *infeasibility* e para tempos de simulação mais curtos foi possível obter rapidamente resultados. O número de variáveis inteiras introduzidas pela bateria lógica implementada e modelação da hídrica aumenta substancialmente o tempo de resolução, a otimização de um único instante do modelo envolve 35 variáveis binárias, assim a otimização de um período de tempo t envolve $35t$ variáveis binárias, que corresponde a uma árvore de busca com 2^{35t} elementos, um aumento exponencial da dificuldade de resolução, que explica a facilidade de solução de períodos mais longos. Uma prova disso é que foi possível obter resultados para 1 semana no caso do cenário Fev-2020 sem a inclusão da hídrica no modelo (Figura 18), que reduz significativamente o número de variáveis inteiras, no entanto a resolução demorou 3h29mins.

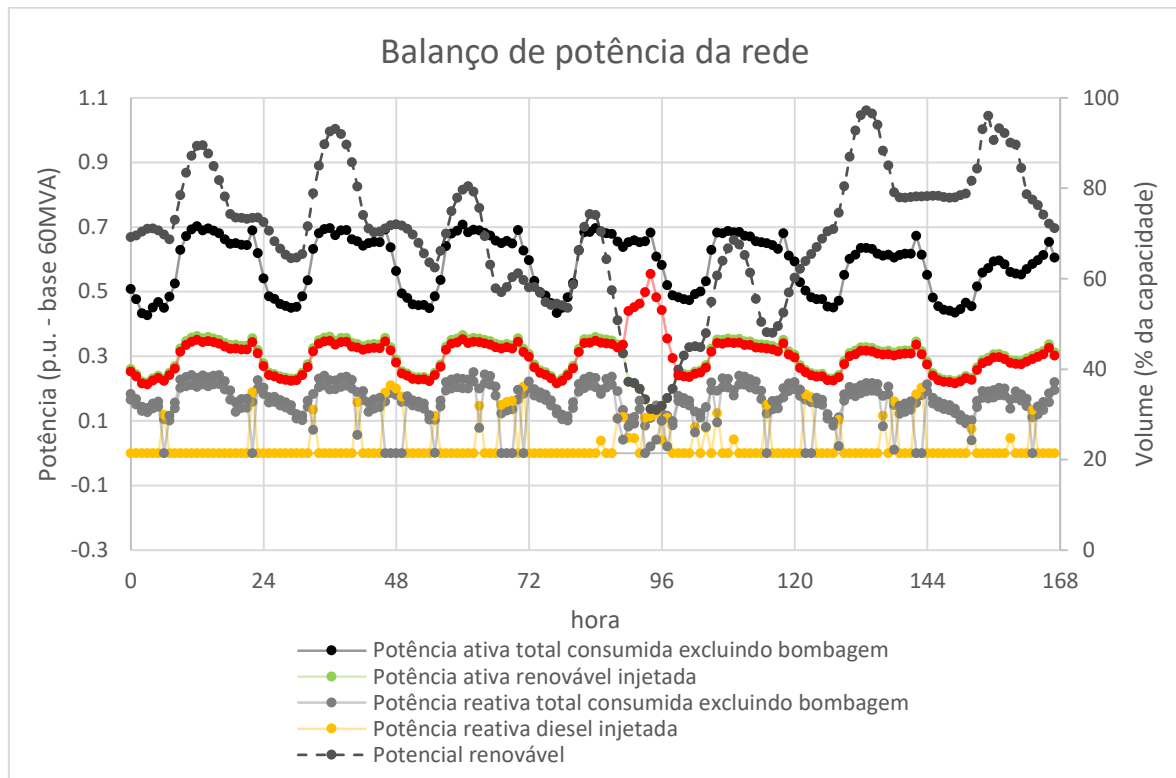


Figura 18 - Resultados do ACOPF para 1 semana sem hídrica do cenário Fev-2020

A Figura 19 e Figura 20 apresentam os resultados globais obtidos para o DCOPF e o ACOPF, respetivamente, considerando um período de simulação de 48h, e o cenário Fev-2020. Neste caso o tempo da resolução sequencial dos dois modelos foi de 6,9s, mas para períodos de simulação mais alargados o tempo de resolução é também muito mais extenso, presumivelmente muitas horas ou até mesmo dias, com o equipamento empregue, um tempo de resolução proibitivo. Naturalmente o DCOPF não inclui potências reativas, mas observa-se que as potências ativas têm uma correspondência muito próxima entre os dois modelos, com a potência gerada pelo *diesel* e pela hídrica a coincidirem na perfeição, e a potência renovável injetada do DCOPF a diferir do ACOPF em média 1,69% e no máximo 2,24%. Assim, foi considerado que o modelo DCOPF é representativo do que aconteceria com o modelo ACOPF, podendo obter-se, em tempo útil, soluções para períodos de simulação mais longos. Este pressuposto será aplicado a todos os restantes resultados.

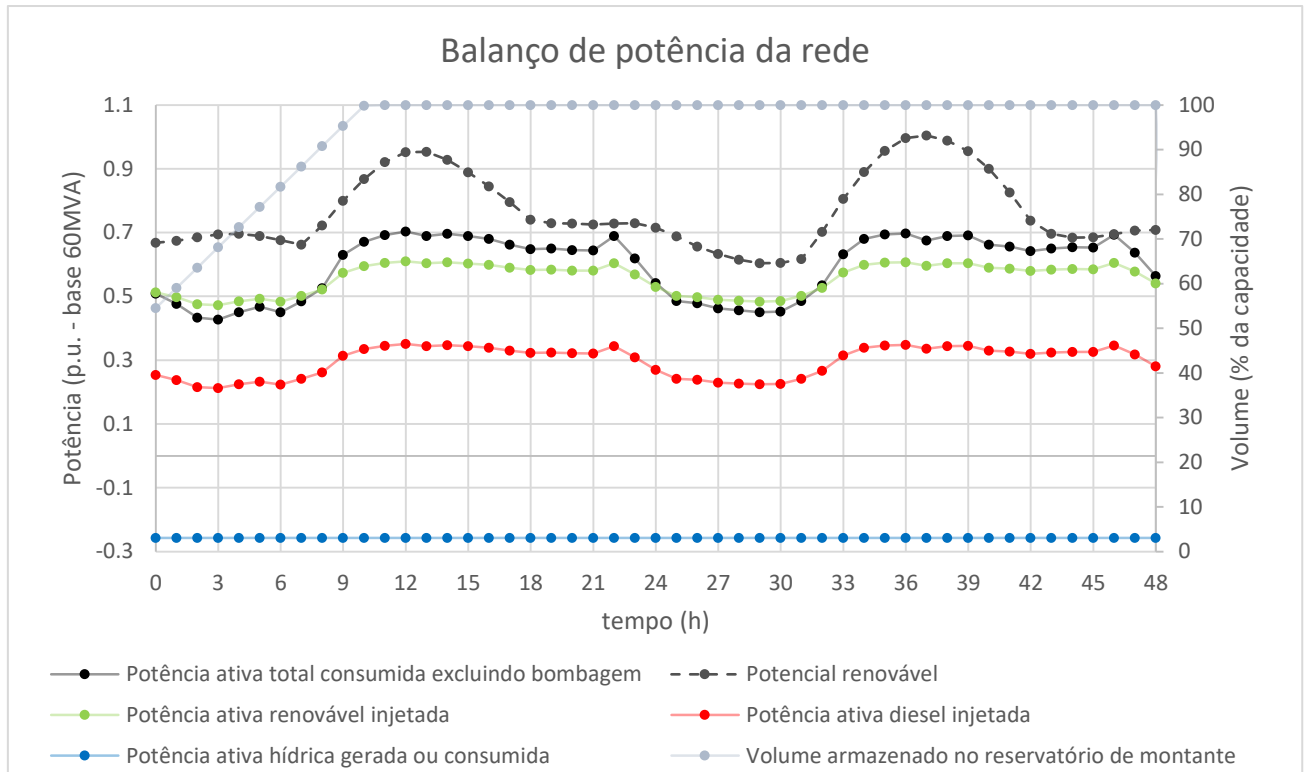


Figura 19 - DCOPF para 48h do cenário Fev-2020

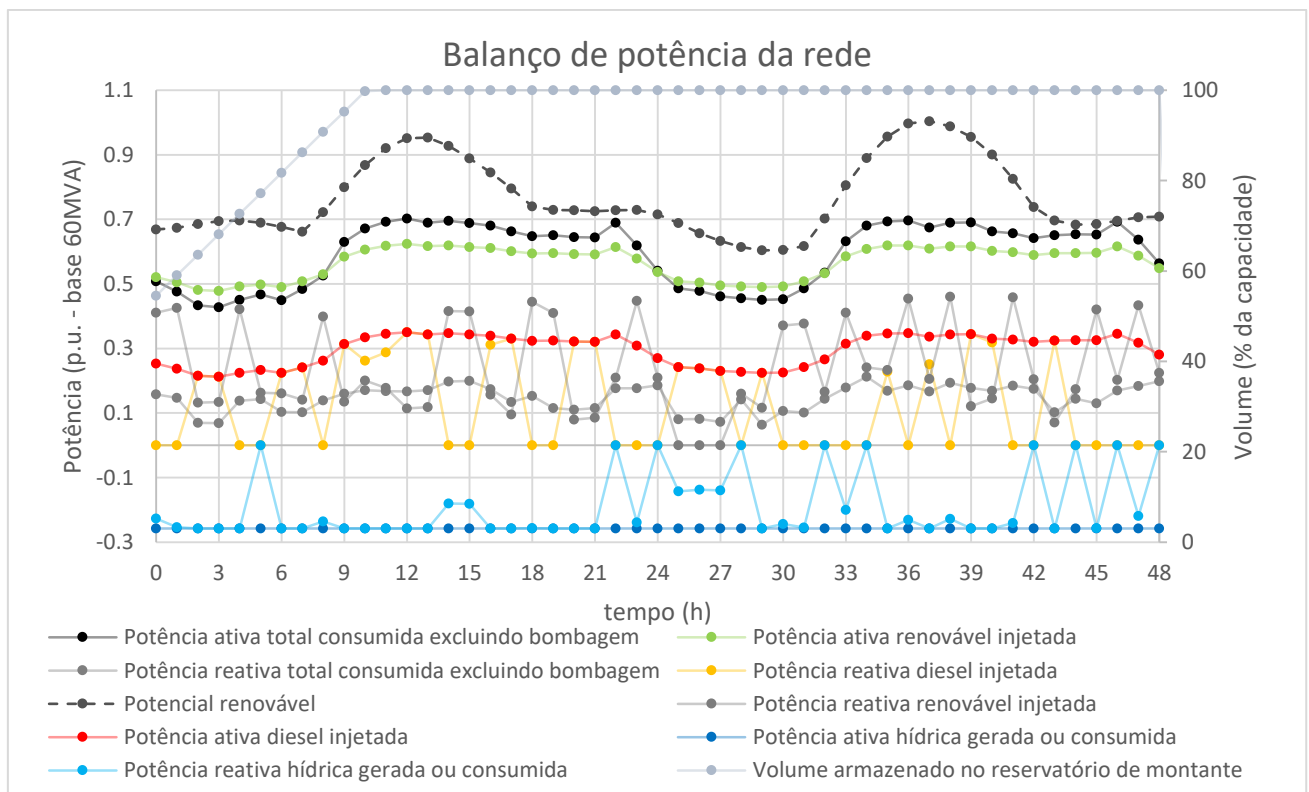


Figura 20 - ACOPF para 48h do cenário Fev-2020

Sob o pressuposto já descrito, a Figura 21 e a Figura 22 apresentam os resultados para os cenários Ago-2020 e Fev-2020, respetivamente, e um período de simulação de 1 semana. O cenário Fev-2020 foi de mais difícil resolução, obtido em 32min39s com uma tolerância de 2%, e o cenário Ago-2020 em 3,8s até à otimalidade.

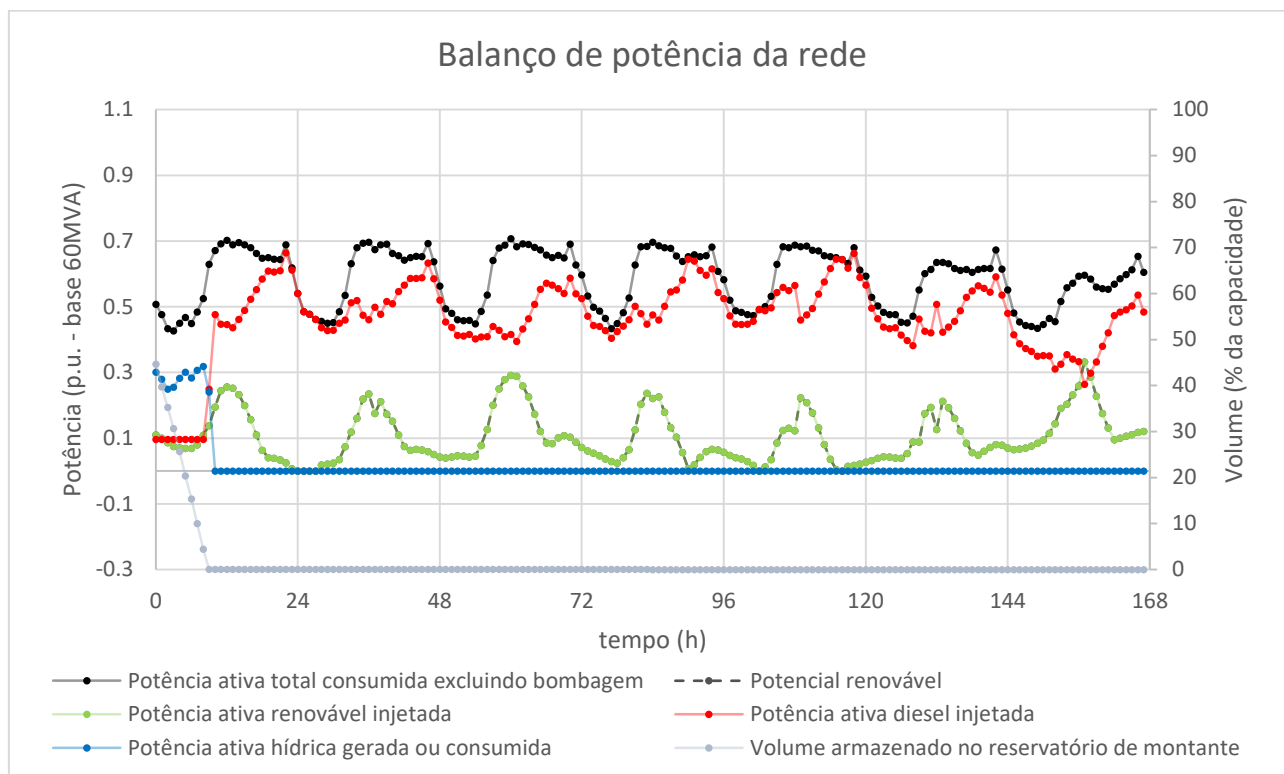


Figura 21 - Resultados para um período de simulação de 1 semana, cenário Ago-2020

Tabela 13 - Balanço hídrico para a simulação de 1 semana, cenário 2020 para Agosto

	Volume total acumulado em:		
	hm ³	% da albufeira de montante	% da albufeira de jusante
Afluente	0,082222	11,75636	8,115567
Perdas por descarga	0	0	0
Perdas por evaporação	0,004076	0,582732	0,402267
Perdas por infiltração	0,001343	0,191977	0,132524

No cenário Ago-2020 a carga excede sempre o potencial renovável disponível, havendo mesmo algumas horas em que este valor médio é nulo. Estes períodos ocorrem durante a noite, quando evidentemente não há produção fotovoltaica, e a velocidade do vento é inferior ao *cut-in speed* das turbinas eólicas. Adicionalmente, a hídrica esgota todo o volume armazenado na albufeira de montante em menos de 12h, e a diferença entre o consumo e o potencial renovável disponível é superior à potência nominal da hídrica na maior parte da semana. Assim, a produção renovável será sempre insuficiente para suprir todo o consumo, mesmo negligenciando os problemas de gestão do SEP que acarretaria, e a hídrica é também insuficiente para complementar a produção renovável, tanto a nível de potência instalada como de capacidade de armazenamento. Considerou-se que a albufeira de montante está a 50% da sua capacidade no início da simulação, mas mesmo considerando uma situação otimista em que esta estivesse cheia, apenas teria capacidade de operar durante menos de 24h. Atente-se também ao balanço hídrico no final da simulação (Tabela 13), o caudal afluente é suficiente para compensar todas as perdas, mas insuficiente para que tenha uma influência significativa na simulação, visto que corresponde a apenas 1,87 horas de produção ao caudal de projeto. Portanto, tendo em conta que a situação descrita para esta semana é relativamente comum nesta altura do ano, não só é impossível eliminar o *diesel* do *mix* energético, como é absolutamente necessário que a capacidade instalada seja suficiente para suprir todo o consumo, de preferência mantendo uma reserva girante considerável.

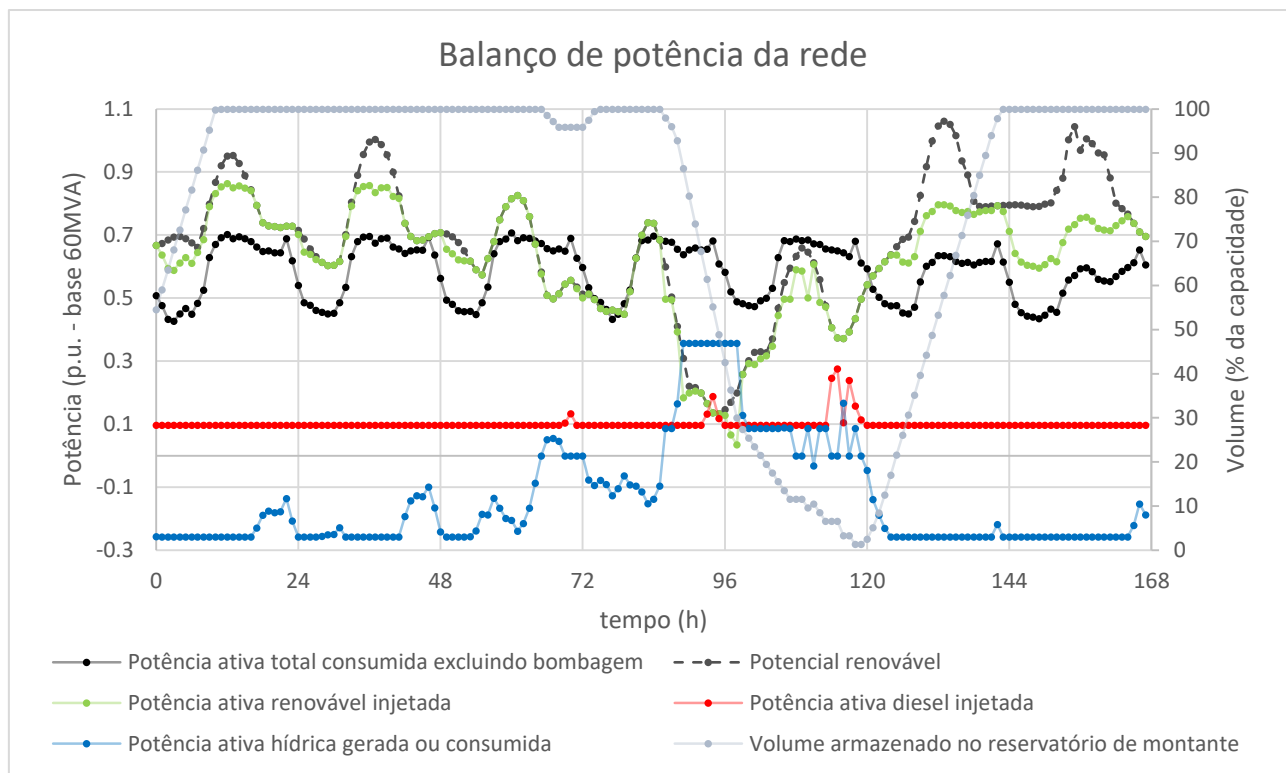


Figura 22 - Resultados para um período de simulação de 1 semana, cenário Fev-2020

Tabela 14 - Balanço hídrico para a simulação de 1 semana, cenário 2020 para Fevereiro

	Volume total acumulado em:		
	hm ³	% da albufeira de montante	% da albufeira de jusante
Afluente	0	0	0
Perdas por descarga	0	0	0
Perdas por evaporação	0,005086579	0,727293143	0,502059844
Perdas por infiltração	0,000667656	0,0954633	0,065899548

Quanto ao cenário Fev-2020 o potencial renovável excede o consumo na maior parte da simulação, nestes períodos o *diesel* é mantido ao valor mínimo de operação de 10% e é feita bombagem, no entanto mais uma vez se verifica que a hídrica é insuficiente em potência e capacidade de armazenamento para absorver todo o excesso. No segundo e no último dia da simulação é necessário fazer algum *curtailment* da produção renovável, e apenas nas primeiras 12h e no penúltimo dia da simulação a bombagem é efetiva para o armazenamento, visto que nos restantes instantes a albufeira de montante está já cheia, e o excesso de água é descarregado pela comporta de descarga de cheias entre as duas albufeiras, comportando-se a bombagem hídrica apenas como uma carga dinâmica para apoiar o *curtailment* do excesso de renováveis. Há também um período de défice de produção de cerca de 48h, no qual se reforçam algumas das observações já mencionadas para o cenário Ago-2020, pois todo o volume de água armazenado é gasto em cerca de 24h, com instantes nos quais a potência máxima de produção hídrica seria insuficiente para suprir a diferença entre o consumo e a produção renovável, o que exige a intervenção do *diesel*.

Assim, com base nestas observações, dada a insuficiência da hídrica para suplementar sozinha a produção renovável, todas as simulações dos restantes cenários irão considerar um nível mínimo da produção *diesel* de 50% do consumo, em linha com as metas estabelecidas pelo governo de Cabo Verde de 50% de produção renovável, e para que o diesel esteja sempre disponível como apoio à produção eólica, solar e hídrica, satisfazendo as falhas de produção e proporcionando uma margem tecnicamente mais viável para o *curtailment*.

Observa-se também que para as 2 semanas consideradas a hídrica não atua por períodos de tempo significativamente superiores a 48h, pelo que se considerou que este período é suficiente para este caso de estudo e foi este o período de simulação considerado para todos os restantes cenários considerados, que permite ainda uma análise mais detalhada dos resultados.

Uma implicação também muito significativa destes resultados é que a capacidade das albufeiras fica muito aquém das necessidades deste SEP. Quanto ao caudal afluente, é insuficiente para influenciar os resultados mas o balanço hídrico das duas semanas indica que o caudal afluente é suficiente para compensar as perdas por infiltração e evaporação, tornando o armazenamento hídrico viável, mesmo considerando que apenas durante o mês de Agosto existiria o caudal afluente considerado e no resto do ano ocorressem perdas semelhantes às observadas na simulação de Fevereiro, pelo menos seguindo os pressupostos que constam do estudo prévio do investimento, [27] que são um tanto otimistas.

4.3. Resultados dos cenários

4.3.1. Cenário Fev-Base

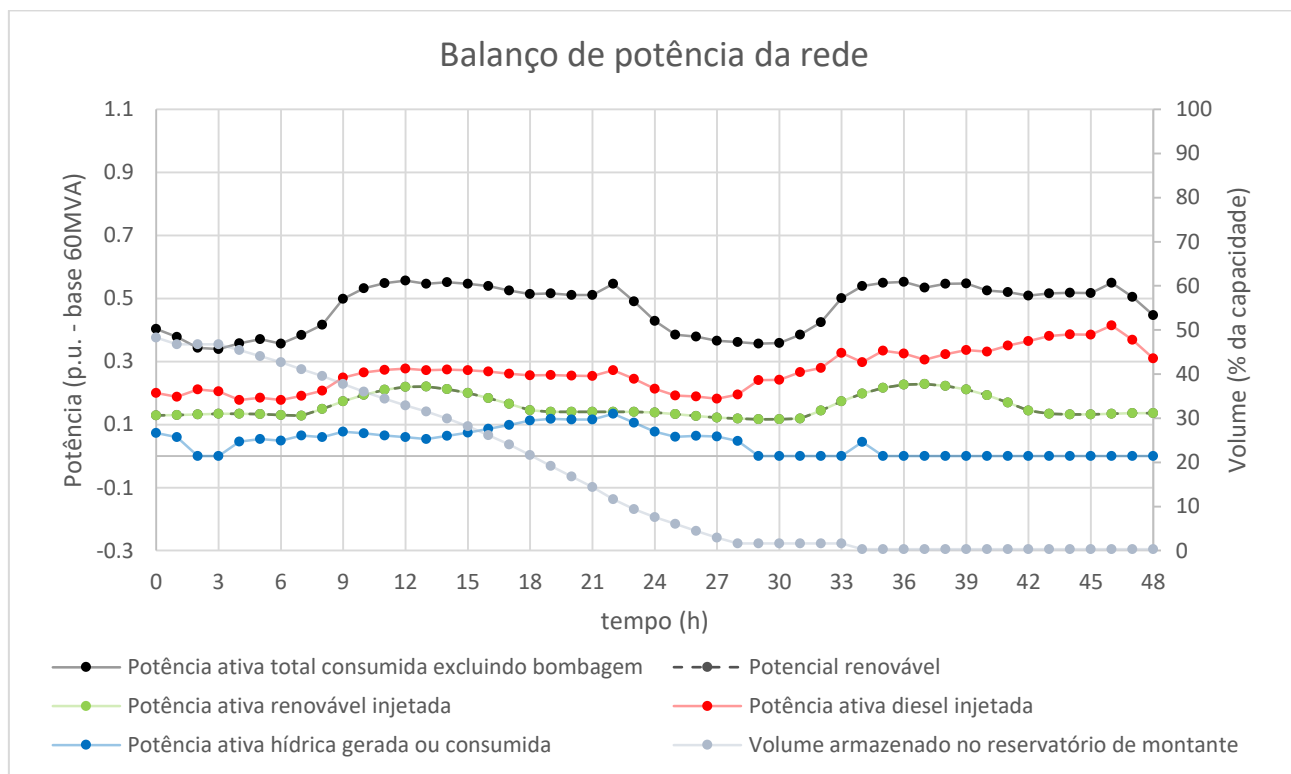


Figura 23 - Resultados do cenário Fev-Base

Estes resultados foram obtidos em 3,4s até à otimalidade. A função objetivo é a maximização da penetração de renováveis e sendo o potencial renovável inferior a 50% do consumo (o nível mínimo do *diesel*) durante toda a simulação, toda a potência renovável disponível é injetada na rede. Todo o restante consumo é suprido pela hídrica e *diesel*, com este último a adaptar-se ao diagrama de carga e mantendo sempre o seu nível mínimo. A hídrica, de acordo com a lógica implementada no modelo, é forçada a gerar energia sempre que o potencial renovável é inferior a 50% do consumo, uma condição que se verifica ao longo de toda a simulação, e efetivamente esta atua durante o início da simulação, até esgotar todo o volume disponível na albufeira de montante, que é insuficiente para as 48h e se esgota em 34h, mesmo com 50% do consumo satisfeito pelo *diesel*. A hídrica mantém-se

sempre próxima dos seus valores mínimos de potência, uma vez que após a injeção na rede de toda a potência renovável e da potência mínima do *diesel*, não resta um défice energético suficiente para uma maior produção hídrica, chegando mesmo entre as 2 e 3h de simulação, a ser inferior ao nível mínimo de produção da hídrica, que é então suprido pelo *diesel*. A partir das 28h de simulação, o volume de água na albufeira de montante está abaixo do nível em que é ativada a lógica do modelo que impõe a produção de energia hídrica, a partir deste momento não há restrições acerca da ativação/desativação da geração hídrica, que fica entregue ao critério de otimização, que neste caso não é penalizado pela ocorrência de mais 1h de produção hídrica, que ocorre à 34ª hora, mas poderia também ocorrer em qualquer dos instantes entre as 28 e 48h, ou não ocorrer de todo. Também de acordo com a bateria lógica do modelo, não é permitida bombagem em nenhum dos instantes.

4.3.2. Cenário Fev-Intermédio

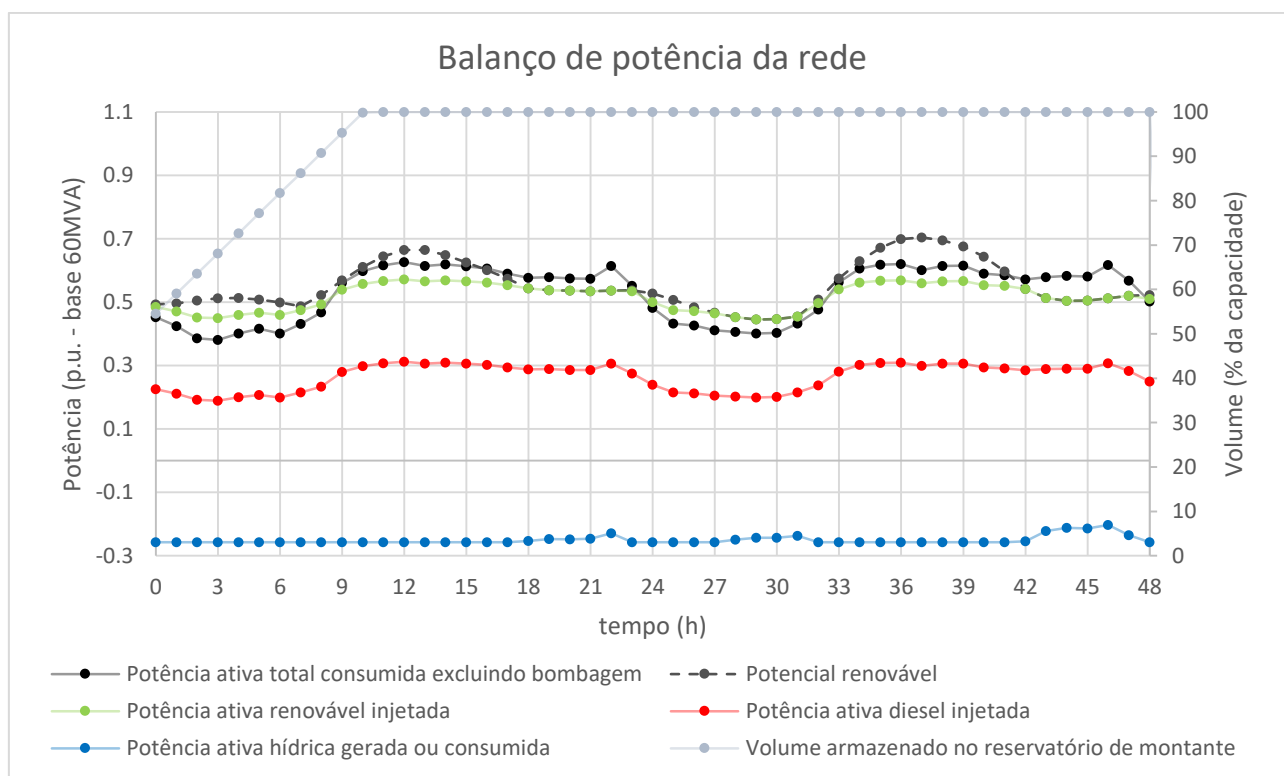


Figura 24 - Resultados do cenário Fev-Intermédio

Esta simulação foi resolvida à otimalidade em 1,1s. Neste cenário o consumo e o potencial renovável são muito equiparados, e, portanto, de acordo com a imposição de 50% do consumo ser satisfeito pelo *diesel*, não é possível injetar toda a potência renovável disponível, mesmo com recurso à bombagem. A bombagem ocorre à potência nominal na maior parte da simulação, baixando ligeiramente apenas entre as 19 e 22h, entre as 28 e 31h e entre as 43 e 47h, que são também os únicos instantes em que toda a potência renovável disponível é injetada na rede, aumentar o nível de bombagem nestas circunstâncias implicaria um maior consumo de *diesel*, tudo em conformidade com a lógica do modelo. Note-se no entanto que apenas é armazenada energia nas primeiras 10h de simulação e, em todos os restantes instantes, apesar de ocorrer bombagem, a albufeira de montante já está cheia e o volume extra é descarregado da albufeira de montante para jusante, comportando-se a hídrica apenas como uma carga dinâmica. É interessante também verificar que a inclusão de mais projetos de energia solar fotovoltaica criou um potencial energético renovável com picos durante o dia que seguem de uma forma muito próxima o diagrama de carga, é possível que a proporção entre energia solar e eólica esteja muito próxima da ideal neste cenário.

4.3.3. Cenário Fev-2020

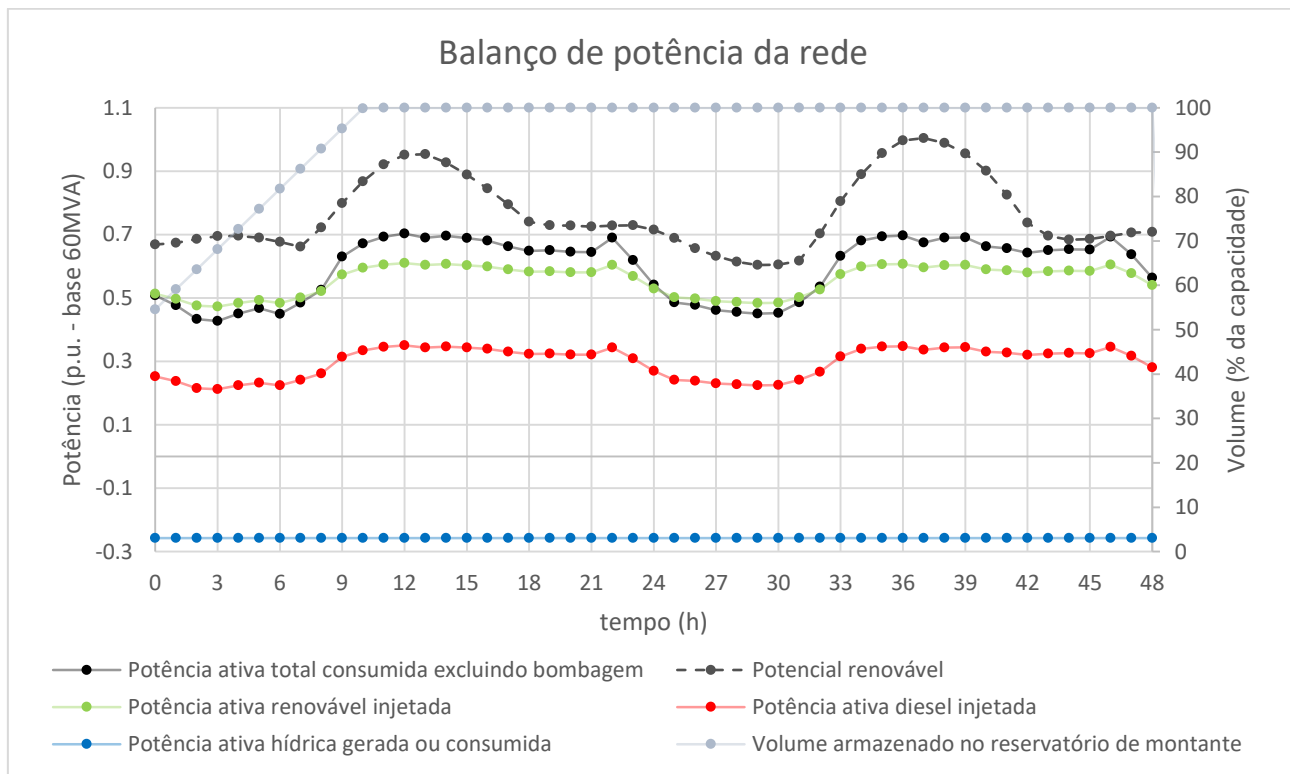


Figura 25 - Resultados do cenário Fev-2020

Simulação com solução à otimalidade em 1,1s. Neste cenário o potencial renovável disponível é sempre superior ao consumo, e tornaram-se mais significativos os picos durante o dia, devido à inclusão de todos os projetos de energia solar fotovoltaica. Em nenhum dos instantes é possível injetar toda a potência renovável disponível, mesmo com a bombagem a operar à potência nominal e o *diesel* sempre mantido ao nível mínimo, nestas circunstâncias seria impossível aumentar a penetração de renováveis para além do nível já observado. Mais uma vez a capacidade da albufeira de montante se revela insuficiente, atingindo o seu máximo ao fim de 10h, e nos momentos subsequentes apenas se comporta como uma carga dinâmica, para apoiar na regulação da potência da rede, ainda que, estando já a operar à sua potência nominal, apenas tenha capacidade para diminuir a potência consumida caso ocorra um pico de produção renovável.

Uma vez que é no cenário Fev-2020 que existe maior abundância de recurso renovável, é interessante considerar algumas situações notáveis que podem ser desafiantes para a gestão da rede:

4.3.3.1. Cenário Fev-2020 em regime de contingência

Neste cenário considera-se que o SEP está a operar em regime de contingência devido a reparações na maioria dos parques eólicos após a passagem de um furacão (apenas cerca de 1/4 das turbinas em funcionamento), que não é improvável, dado o histórico climático de Cabo Verde.

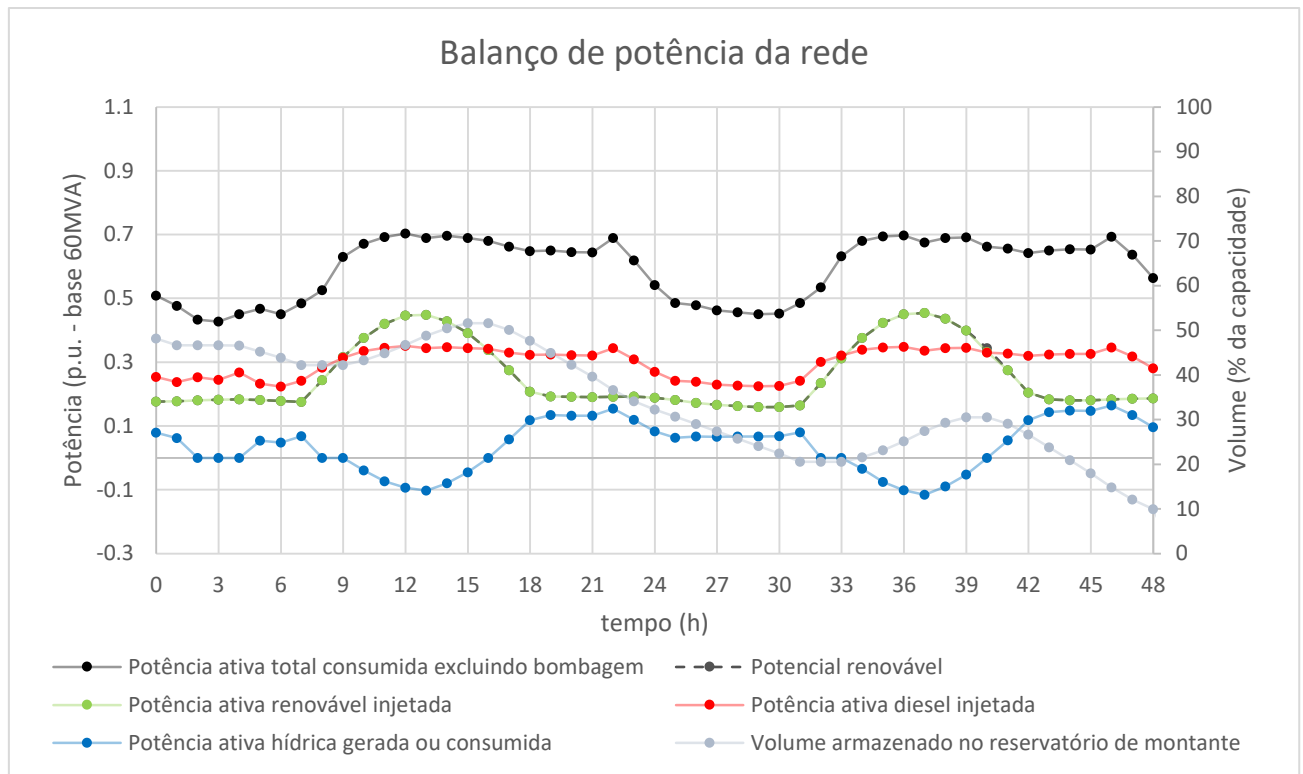


Figura 26 - Resultados do cenário Fev-2020 em regime de contingência

Resultados obtidos em 40,8s, resolvidos até à otimalidade. Neste cenário toda a energia renovável disponível é injetada na rede, e o *diesel* mantém-se sempre próximo do seu valor mínimo, tornando bastante perceptível no gráfico a intermitência de momentos de produção renovável superior e inferior ao limiar dos 50% do consumo, de que depende toda a operação lógica do modelo. O modelo comporta-se como esperado, ativando a geração hídrica quando a potência renovável desce abaixo deste limiar e armazenando energia quando esta é superior. A hídrica só não opera entre as 2 e 4h, entre as 8 e 9h, às 16h e entre as 32 e 33h, porque o défice de produção renovável é inferior à sua potência de produção mínima, e são também estes os únicos instantes em que o *diesel* sobe ligeiramente acima do seu valor mínimo, para suprir este défice. À quadrigéssima hora a hídrica também não opera, desta vez porque o excesso de produção renovável é inferior à potência mínima de bombagem, que é também o único instante em que não é injetada toda a potência renovável disponível, visto que não estando a hídrica disponível para absorver o excesso é necessário *curtailment*. De uma forma geral a hídrica faz aqui um bom complemento das falhas de produção, seguindo o formalismo lógico do modelo, toda a energia gasta em bombagem é efetivamente armazenada de uma forma útil, sem necessidade de descargas de montante para jusante, mas note-se que este cenário não seria sustentável durante períodos prolongados, visto que no fim destas 48h a albufeira de montante está já a 10% da sua capacidade. A forma como a hídrica geriu tão eficientemente as oscilações de produção renovável neste cenário apenas foi possível graças à bateria lógica do modelo.

4.3.3.2. Cenário Fev-2020 em regime de contingência sem controlo lógico

Para ilustrar o argumento anterior acerca da importância da bateria lógica do modelo, é agora considerado um cenário com os resultados que são obtidos pelo *solver* quando todas as condições lógicas implementadas são retiradas, com excepção da inibição da ocorrência simultânea de bombagem e turbinagem, que resulta do facto de ambos os modos de operação usarem a mesma turbina. Neste caso observa-se que a penetração de renováveis é realmente maximizada mas após o

solver ter atingido este objetivo não há qualquer controlo sobre as restantes variáveis pelo que o *diesel* excede o seu valor mínimo durante quase toda a simulação e tem um comportamento errático, junto com a hídrica, que efetua bombagem na maior parte da simulação, armazenando sobretudo energia gerada pelo *diesel* no início da simulação até à nona hora, e passando depois a funcionar como uma carga dinâmica como sucedeu no cenário Fev-2020 normal. Comparativamente aos resultados do cenário anterior, não só esta situação não é desejável e está longe da que foi atingida com todo o controlo lógico do modelo, que além do mais pode não ser tecnicamente viável, dadas as alterações abruptas dos níveis de produção. Note-se também que esta solução foi obtida em apenas 2,7s, comparativamente aos 40,8s da anterior, o que ilustra a maior rapidez de resolução sem toda a bateria lógica do modelo, pois é empregue um menor número de variáveis inteiras, mas ao custo de soluções muito piores do ponto de vista de gestão do SEP.

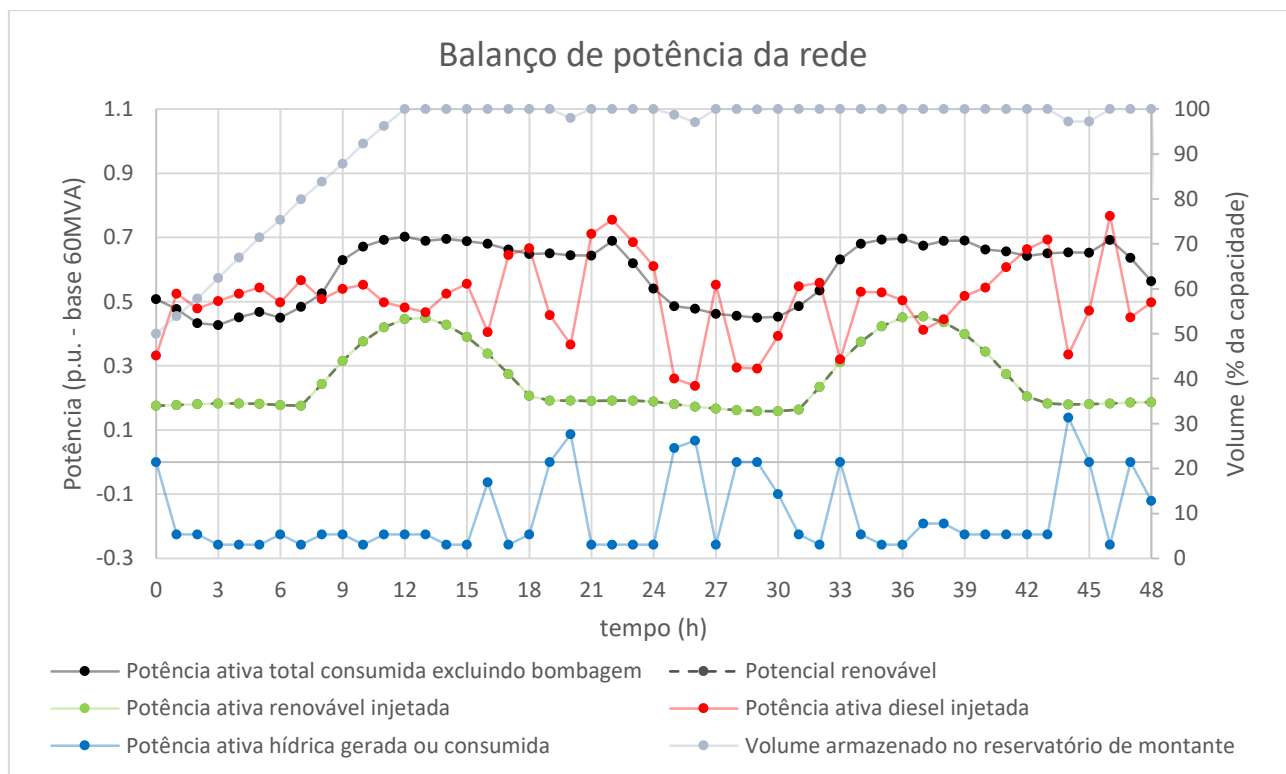


Figura 27 - Resultados do cenário Fev-2020 em regime de contingência sem controlo lógico

4.3.3.3. Cenário Fev-2020 sem armazenamento hídrico

Supõe-se agora neste cenário que é a hídrica que está em manutenção, uma vez que este é o único aproveitamento hídrico deste tipo na rede, este cenário é interessante para verificar o que acontece quando o SEP tem de operar sem qualquer tipo de armazenamento.

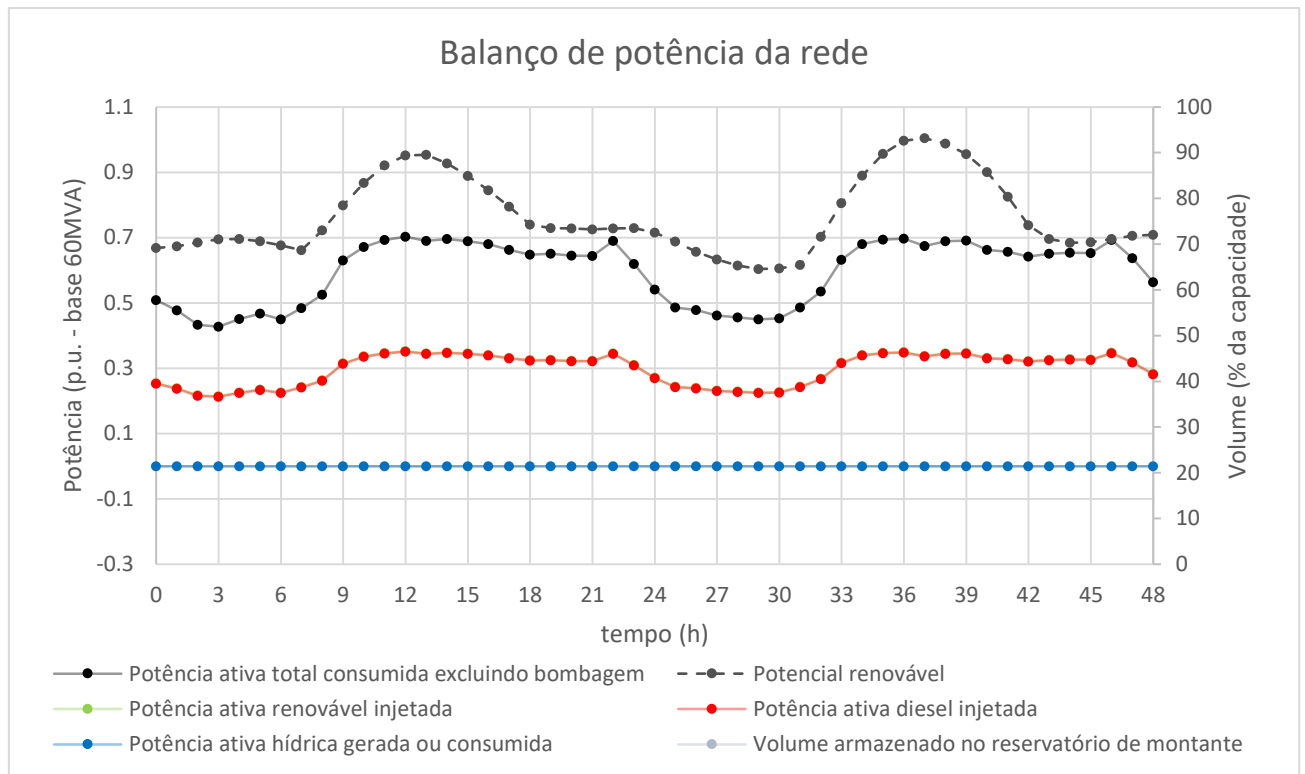


Figura 28 - Resultados do cenário Fev-2020 sem armazenamento hídrico

Tempo de resolução de 0,7s, até à otimalidade. Verifica-se que o *diesel* é mantido sempre ao seu nível mínimo de 50% do consumo, e os restantes 50% são supridos pelas renováveis, estas duas séries têm, portanto, os mesmos valores e coincidem no gráfico. Para a potência das renováveis ser mantida a 50% do consumo são necessários elevados níveis de *curtailment*: a potência renovável injetada na rede foi apenas 38,9% do potencial renovável disponível. No cenário Fev-2020 ocorreu uma penetração de 72,6%, portanto o armazenamento hídrico quase que duplicou o nível de penetração de energia renovável na rede. Note-se no entanto que embora sejam injetados na rede níveis superiores de energia renovável, a insuficiente capacidade de armazenamento da albufeira de montante não permite aproveitar toda esta energia extra para momentos de escassez.

4.3.4. Cenário Ago-Base

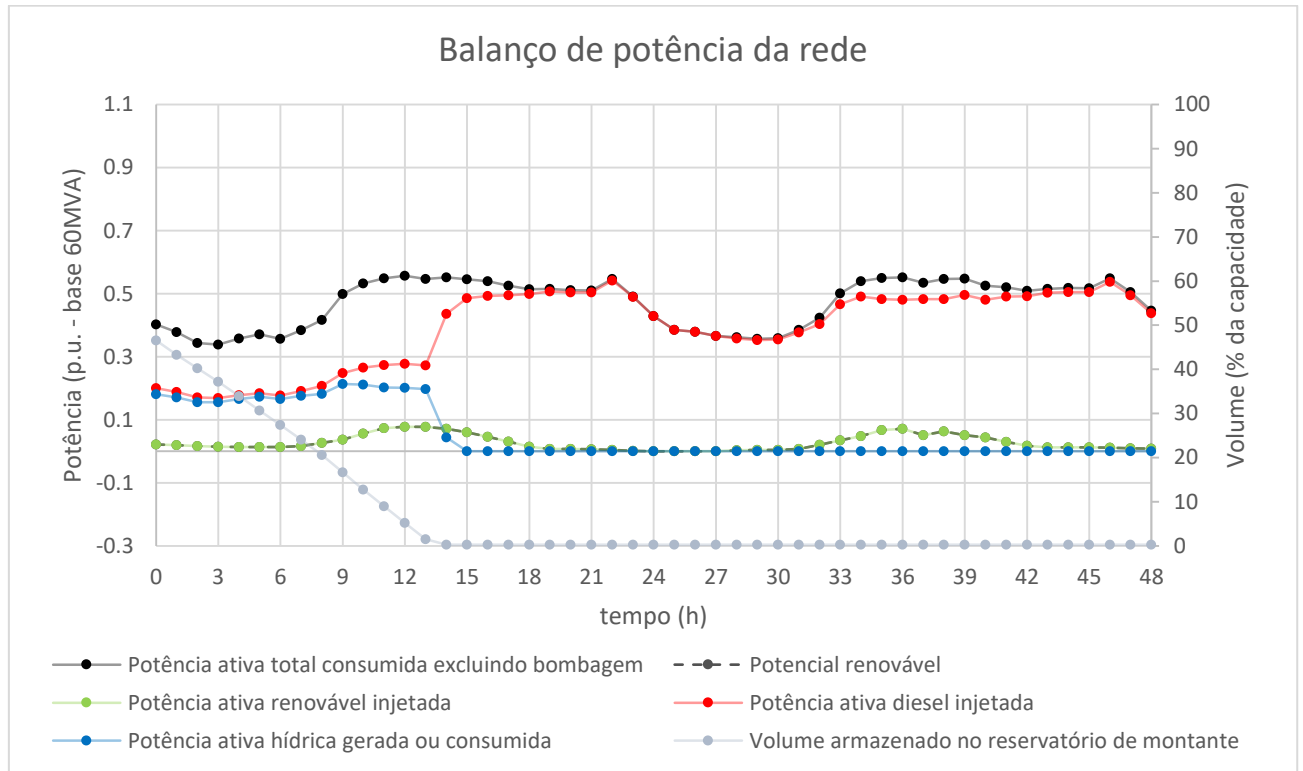


Figura 29 - Resultados do cenário Ago-Base

Resultados gerados em 2,5s, até à otimalidade. Como seria de esperar, neste cenário existe sempre um potencial renovável muito inferior a 50% do consumo, pelo que de acordo com a lógica do modelo, o *diesel* é mantido ao seu nível mínimo e a hídrica é forçada a gerar, e consegue suprir todo o restante consumo, mas apenas durante as primeiras 13h, ficando sem volume suficiente a montante para manter o mesmo nível de potência e, portanto, às 14h reduz-se, e mantendo-se inativa no resto da simulação, cabendo ao *diesel* suprir o grosso do consumo.

4.3.5. Cenário Ago-Intermédio

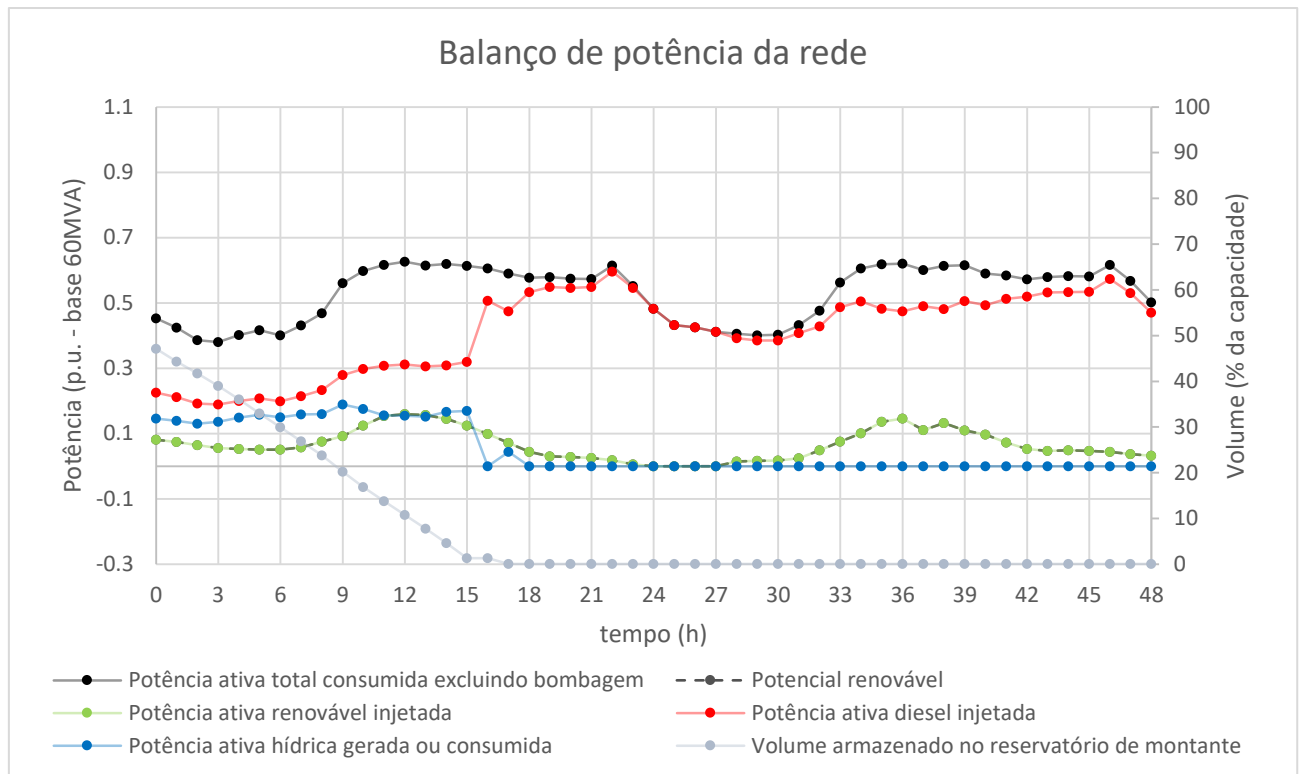


Figura 30 - Resultados do cenário Ago-Intermédio

Resultados obtidos à otimalidade em 4,4s. Esta situação é fundamentalmente semelhante à do cenário anterior, excepto que aqui o défice de produção renovável não é tão agravado, e portanto a hídrica consegue produzir durante as primeiras 15h, ao invés das 13h do cenário anterior. A partir das 15h o volume armazenado a montante é inferior ao nível mínimo necessário para ativar toda a lógica implementada no modelo relativamente à hídrica, havendo apenas um pequeno pico de produção hídrica às 17h, à semelhança da situação já descrita para o cenário Fev-2020.

4.3.6. Cenário Ago-2020

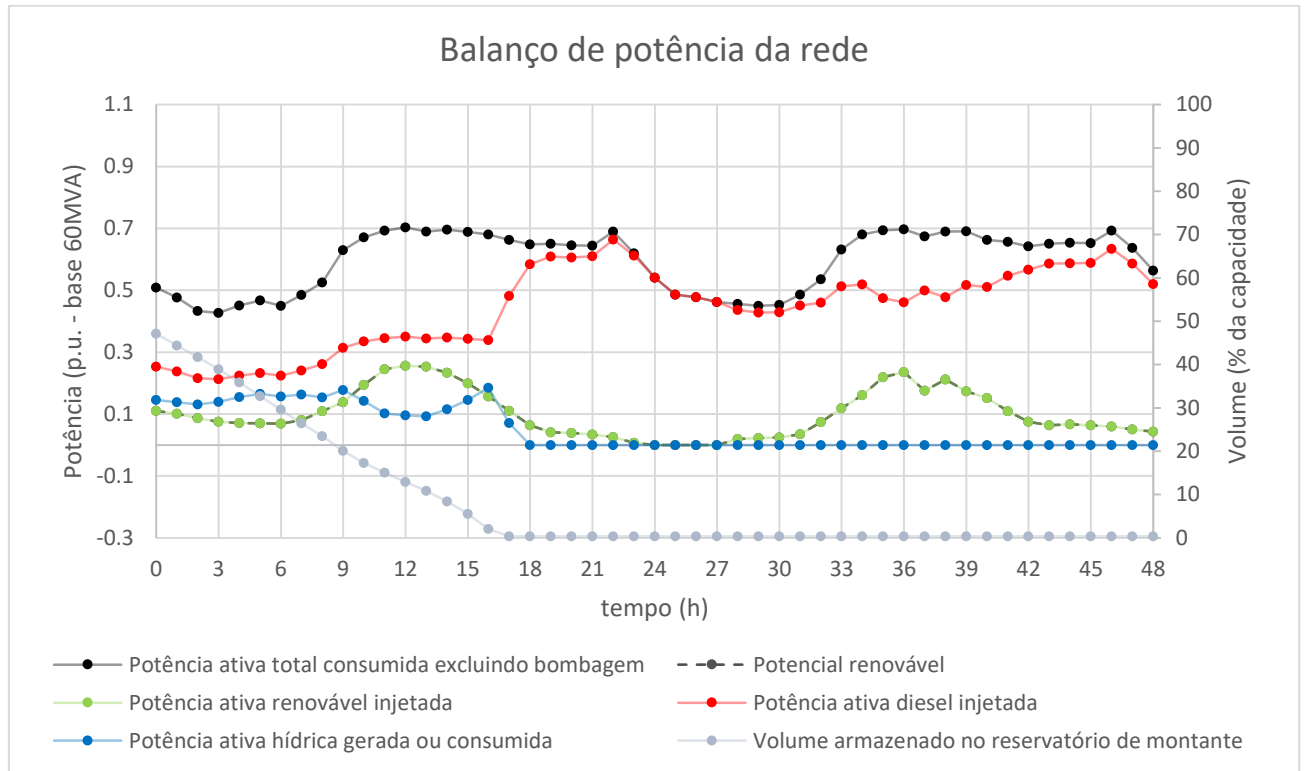


Figura 31 - Resultados do cenário Ago-2020

Resultados obtidos à otimalidade em 3,9s. Neste cenário mantém-se a mesma situação já descrita nos dois cenários anteriores, com um défice de produção renovável em todos os instantes embora menos agravado, e a hídrica a suprir todo o consumo que o *diesel* e a produção renovável não satisfazem, mas apenas durante as primeiras 17h, enquanto há volume disponível a montante. Neste cenário todos os projetos de energia renovável estão já implementados, pelo que estes resultados reforçam a recomendação já indicada anteriormente, de que o *diesel* deve estar sempre disponível para suprir todo o consumo se necessário.

Capítulo 5 – Conclusões

Foi criada uma ferramenta flexível, eficiente e completa para apoiar as decisões dos operadores de um SEP na escala do *day-ahead planning*. Para o tempo de simulação estudado (48h) a maioria dos cenários foram resolvidos em menos de 5s, e apenas um dos cenários demorou 40,8s, mesmo com um computador modesto, uma velocidade mais que suficiente para a escala temporal das decisões dos operadores. Ademais, o método definido para determinar as equações da bateria lógica do modelo é extremamente flexível e extensível a virtualmente qualquer estratégia de gestão do SEP e a política de gestão implementada constitui apenas um exemplo das potencialidades do modelo.

A excelente rapidez de resolução do modelo foi apenas possível graças ao método empregue para a modelação da hídrica, que é completamente linear mesmo mantendo uma precisão elevada, que tem também a mais-valia de ser adaptável à precisão ou tempo de resolução requeridos para cada caso de estudo, através do número de pontos considerados para as curvas de potência.

Adicionalmente, é possível resolver o DCOPF e empregar diretamente os resultados para tomar decisões, como é mais usual atualmente, ou ir mais além e utilizar os resultados para inicializar a resolução do ACOPF completo. A grande vantagem é que o DCOPF requer muito menor peso computacional e fornece resultados bastante próximos dos que seriam obtidos pelo ACOPF, pois de outra forma não seria útil na inicialização, e é útil para conferir preliminarmente se os parâmetros de entrada e/ou política de gestão são viáveis.

Por fim, foi possível integrar todos estes elementos num único modelo funcional e completo tanto para o DCOPF como o ACOPF, que efetua uma otimização dos resultados globais para um período de tempo longo, ao invés de apenas instante a instante como é usual. Esta abordagem além de inovadora, foi uma prova de fogo para a eficiência do modelo, e é a melhor forma de otimizar a gestão de uma rede elétrica no séc. XXI, com elevada penetração de renováveis com alta variabilidade temporal.

No contexto do caso de estudo abordado, foi possível resolver o DCOPF de forma muito rápida e eficiente, para um largo horizonte temporal, mas o ACOPF não pôde ser resolvido em tempo útil para todos os cenários, o que sugere que o desconhecimento dos parâmetros exatos da rede teve impacto sobre a resolução. Esta suspeita foi parcialmente confirmada por inicialmente não ter sido possível obter resultados com os parâmetros dos transformadores fornecidos pelo meu colega, e a situação ter sido superada quando foram considerados os parâmetros de uma tese de doutoramento recente com o mesmo caso de estudo. Muitas dificuldades advieram do desconhecimento de muitos dos parâmetros reais da rede, e foram testadas inúmeras configurações possíveis, incluindo a estimativa de todo o diagrama de carga da ilha com base na ilha da Madeira e recorrendo a um fator de correção baseado nos PIBs das duas ilhas e dados da tese de doutoramento já referida.

Foi patente nos resultados obtidos a insuficiência do aproveitamento hídrico projetado para a ilha, confirmada em alguma medida em todos os cenários. A nível de caudal afluente, este tem um efeito fundamentalmente negligenciável sobre a produção hídrica, e pode ser encarado apenas como uma forma de compensação dos volumes perdidos por evaporação e infiltração. Quanto à capacidade das albufeiras, ficam também muito aquém do que seria necessário para a ilha, apenas é possível armazenar ou produzir energia por períodos de tempo curtos de cerca de 12h, insuficientes dadas as características do recurso renovável da ilha, cujos períodos de escassez ou excesso de produção são geralmente muito mais longos, superiores a 1 semana, com pouca alternância entre estes. Assim conclui-se que o aproveitamento hídrico irá servir fundamentalmente como uma unidade de regulação, e recomenda-se que o *diesel* seja também mantido como reserva girante mantendo um nível de 50% do consumo.

5.1. Trabalhos futuros

Seria interessante definir baterias lógicas para políticas de gestão alternativas e incluir também variáveis adicionais como a razão de transformação de *load tap change transformers*, adaptações da topologia da rede, regimes de contingência em níveis arbitrários (N-1, N-2, etc), entre outras, que são variáveis que se adaptam bem à modelação por meio de variáveis inteiras já usadas neste trabalho. Note-se, no entanto, que o número de variáveis inteiras deverá ser adaptado a cada caso de estudo, resolução temporal e tempo de simulação, tendo em conta que quanto mais completo for o modelo maior o tempo de resolução, mas um número insuficiente de restrições pode também ser detrimental, pois pode resultar num espaço de soluções muito alargado, que aumenta o tempo necessário para a convergência e pode gerar resultados sem valor do ponto de vista de gestão do SEP.

É também possível que refinamentos no método de inicialização do ACOPF possam diminuir significativamente o tempo de resolução. No caso do DCOPF, que na maioria dos casos convergiu em poucos segundos, há ainda muito espaço para considerar variáveis adicionais ou simulações mais longas.

Nesta tese quando foi também apresentado um método de modelação da hídrica cuja potência depende não apenas do caudal mas também da altura da água nas albufeiras, que apenas não foi empregue por não ter havido acesso a curvas de potência hídrica reais que considerassem estes parâmetros, optando-se então por considerar apenas o caudal. Com acesso aos dados necessários, seria possível testar este método com um caso de estudo real.

Referências

- [1] Gesto Energia S.A., «Cabo Verde 50% Renovável - Um Caminho até 2020», Ministério do Turismo, Indústria e Energia de Cabo Verde.
- [2] J. Duque, «Modelação dos fluxos de potência», Comunicação privada, UER/LNEG, 2015.
- [3] R. Castanho, «Análise de sensibilidade da capacidade de transporte da rede elétrica ao aumento da produção renovável distribuída: desenvolvimento de modelos de otimização», Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2017.
- [4] E. Mascarenhas, «Modelação dinâmica de rede com integração de centrais eólicas», Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2015.
- [5] E. A. Feinberg e D. Genethliou, «Load forecasting», em *Applied mathematics for restructured electric power systems*, Chapter 12, Springer, 2005, pp. 269–285.
- [6] M. H. Athari e Z. Wang, «Studying Cascading Overload Failures under High Penetration of Wind Generation», 2017.
- [7] D. Arvizu *et al.*, «IPCC Special Report on Renewable Energy Sources and Climate Change Mitigation», Technical Summary, Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC), Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA, 2011.
- [8] O. Edenhofer *et al.*, «IPCC Special Report on Renewable Energy Sources and Climate Change Mitigation», Summary for Policymakers, Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC), Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA, 2011.
- [9] T. Bruckner *et al.*, «Climate Change 2014: Mitigation of Climate Change - Chapter 7: Energy Systems», Contribution of Working Group III to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change, 2014.
- [10] A. Dimitrovski e K. Tomsovic, «Slack bus treatment in load flow solutions with uncertain nodal powers», *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 27, n. 9, pp. 614–619, 2005.
- [11] J. Zhao, H.-D. Chiang, P. Ju, e H. Li, «On PV-PQ bus type switching logic in power flow computation», apresentado na Power Systems Computation Conference (PSCC), Glasgow, Scotland, 2008.
- [12] F. Capitanescu, «Critical review of recent advances and further developments needed in AC optimal power flow», *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 136, pp. 57–68, Jul. 2016.
- [13] «Mathematical programming - Glossary». [Em linha]. Disponível em: http://glossary.computing.society.informs.org/ver2/mpgwiki/index.php?title=Extra:Mathematical_programming. [Acedido: 22-Jan-2017].
- [14] R. P. O'Neill, «History of Optimal Power Flow and Formulations», 2012.
- [15] H. P. Williams, «Model Building in Mathematical Programming», Fifth Edition., Wiley, 2013, pp. 166–241.
- [16] S. Givant e P. Halmos, «Introduction to Boolean Algebras», Springer, 2008, pp. 1–20.
- [17] I. E. Grossmann, «Overview of Mixed-integer Nonlinear Programming», Carnegie Mellon University.
- [18] I. E. Grossmann, «Overview of Generalized Disjunctive Programming», apresentado na E.W.O. Seminar, 2009.
- [19] M. Karnaugh, «The map method for synthesis of combinational logic circuits», *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Part I: Communication and Electronics*, vol. 72, n. 5, pp. 593–599, 1953.
- [20] «Introduction to Karnaugh Mapping | Karnaugh Mapping | Electronics Textbook». [Em linha]. Disponível em: <https://www.allaboutcircuits.com/textbook/digital/chpt-8/introduction-to-karnaugh-mapping/>. [Acedido: 22-Mar-2018].
- [21] Cabelte - cabos eléctricos e telefónicos, SA, «Catálogo: Cabos de energia - média tensão». [Em linha]. Disponível em: <https://cld.pt/dl/download/81f1e3da-3cac-4bbc-98aa-2e363c299b64/MediaTensao.pdf>. [Acedido: 02-Jul-2017].
- [22] Empresa de Electricidade da Madeira, S.A., *Caracterização da rede de transporte e distribuição em AT e MT*. 2014.
- [23] J. B. Barruncho, «Modelização e Análise da Rede Elétrica da Ilha de Santiago em Cabo Verde», Tese de doutoramento, 2016.

- [24] «The Cape Verde islands». [Em linha]. Disponível em: http://www.scvz.org/CVerdes_Infos.pdf. [Acedido: 04-Mai-2017].
- [25] «Climate of Cape Verde: Temperature, Climate graph, Climate table for Cape Verde - Climate-Data.org». [Em linha]. Disponível em: <https://en.climate-data.org/country/76/>. [Acedido: 04-Mai-2017].
- [26] «Relatórios Electra Sul». [Em linha]. Disponível em: <http://www.electra.cv/index.php/2014-05-20-16-31-17/relatorios-sul>. [Acedido: 18-Mai-2017].
- [27] «Plano Renovável de Cabo Verde - Estudo Prévio do AHE de Chã Gonçalves», Martifer - Gesto Energia, Ilha de Santiago.
- [28] C. Smith, G. Kokogiannakis, S. Serif, I. Tsagas, e K. Stavridis, «Transmission of renewable energy», M.Sc. Energy Systems & Environment Team C Group Project, University of Strathclyde, Glasgow, Scotland, 2002.
- [29] Y. Yang, W. Chen, e F. Blaabjerg, «Advanced Control of Photovoltaic and Wind Turbines Power Systems», em *Advanced and Intelligent Control in Power Electronics and Drives*, vol. 531, Chapter 2, T. Orłowska-Kowalska, F. Blaabjerg, e J. Rodríguez, Eds. Cham: Springer International Publishing, 2014, pp. 41–89.
- [30] «Martifer conclui parque fotovoltaico de 5 MW na Ilha de Santiago». [Em linha]. Disponível em: <http://www.martifer.pt/pt/noticias/martifer-conclui-parque-fotovoltaico-de-5-mw-na-ilha-de-santiago/>. [Acedido: 15-Mai-2017].
- [31] «CNN: Inside Africa's largest solar farm». [Em linha]. Disponível em: <http://www.cnn.com/2016/12/12/africa/de-aar-solar-south-africa/index.html>. [Acedido: 15-Mai-2017].
- [32] «I Série — N° 61 “B. O.” da República de Cabo Verde — 15 de Outubro de 2015». [Em linha]. Disponível em: <http://extwprlegs1.fao.org/docs/pdf/cvi149034.pdf>. [Acedido: 27-Abr-2017].
- [33] «How inverters can help solar grow and keep grids stable», *Solar Power World*, 05-Jun-2015. [Em linha]. Disponível em: <https://www.solarpowerworldonline.com/2015/06/how-inverters-can-help-solar-grow-and-keep-grids-stable/>. [Acedido: 25-Fev-2018].
- [34] J. McLaren, «Advanced Inverter Functions to Support High Levels of Distributed Solar», National Renewable Energy Laboratory, U.S. Department of Energy, 2014.
- [35] C. Rahmann e A. Castillo, «Fast Frequency Response Capability of Photovoltaic Power Plants: The Necessity of New Grid Requirements and Definitions», *Energies*, vol. 7, n. 10, pp. 6306–6322, Set. 2014.
- [36] «Copernicus». [Em linha]. Disponível em: <http://www.copernicus.eu/>. [Acedido: 15-Mai-2017].
- [37] J. A. Duffie e W. A. Beckman, *Solar engineering of thermal processes*, 4th ed. Hoboken: John Wiley, 2013.
- [38] B. Y. H. Liu e R. C. Jordan, «The interrelationship and characteristic distribution of direct, diffuse and total solar radiation», *Sol. Energy*, vol. 4, n. 3, pp. 1–19, Jul. 1960.
- [39] G. A. Barron-Gafford, R. L. Minor, N. A. Allen, A. D. Cronin, A. E. Brooks, e M. A. Pavao-Zuckerman, «The Photovoltaic Heat Island Effect: Larger solar power plants increase local temperatures», *Sci. Rep.*, vol. 6, p. 35070, Out. 2016.
- [40] «Photovoltaic Solar Energy Systems - The Solar Resource», *MIT Open Courseware*. [Em linha]. Disponível em: https://ocw.mit.edu/courses/edgerton-center/ec-s07-photovoltaic-solar-energy-systems-fall-2004/lecture-notes/MITEC_S07F04_1_solar.pdf. [Acedido: 12-Mai-2017].
- [41] «The Sun As A Source Of Energy - Part 3: Calculating Solar Angles | ITACA». [Em linha]. Disponível em: <http://www.itacanet.org/the-sun-as-a-source-of-energy/part-3-calculating-solar-angles/>. [Acedido: 12-Mai-2017].
- [42] P. I. Cooper, «The absorption of radiation in solar stills», *Sol. Energy*, vol. 12, pp. 333–346, 1969.
- [43] «Solar Time | PVEducation». [Em linha]. Disponível em: <http://www.pveducation.org/pvcdrom/2-properties-sunlight/solar-time>. [Acedido: 11-Mai-2017].
- [44] «2010 Solar Technologies Market Report», National Renewable Energy Laboratory, U.S. Department of Energy, Nov. 2011.

- [45] D. L. King, J. A. Kratochvil, e W. E. Boyson, «Temperature coefficients for PV modules and arrays: measurement methods, difficulties, and results», em *Conference Record of the Twenty Sixth IEEE Photovoltaic Specialists Conference*, 1997, pp. 1183–1186.
- [46] «Datasheet Suntech 210 Watt Solar Panel STP210». [Em linha]. Disponível em: <http://www.solarpower.co.il/PDF/STP210.pdf>. [Acedido: 28-Mai-2017].
- [47] «Utility-Scale Solar Photovoltaic Power Plants - A Project Developer's Guide». [Em linha]. Disponível em: https://www.ifc.org/wps/wcm/connect/f05d3e00498e0841bb6fbbe54d141794/IFC+Solar+Report_Web+_08+05.pdf?MOD=AJPERES. [Acedido: 11-Mai-2017].
- [48] «Universal Solar Group - Sunny Boy USI-5000TL Solar Inverter». [Em linha]. Disponível em: <http://www.universalsolargroup.com.au/wp-content/uploads/2014/02/USI-5000TL.pdf>. [Acedido: 14-Mai-2017].
- [49] «Instituto Nacional de Estatística (INE), Portugal». [Em linha]. Disponível em: https://www.ine.pt/xportal/xmain?xpgid=ine_main&xpid=INE. [Acedido: 21-Mai-2017].
- [50] «Instituto Nacional de Estatística, Cabo Verde», *INE*. [Em linha]. Disponível em: <http://ine.cv/>. [Acedido: 21-Mai-2017].
- [51] «Governo Regional da Madeira». [Em linha]. Disponível em: <https://www.madeira.gov.pt/>. [Acedido: 21-Mai-2017].
- [52] «United Nations Statistics Division». [Em linha]. Disponível em: <https://unstats.un.org/unsd/demographic/products/dyb/dyb2007/Table03.pdf>. [Acedido: 21-Mai-2017].
- [53] «World Development Indicators | The World Bank». [Em linha]. Disponível em: <http://wdi.worldbank.org/tables>. [Acedido: 25-Mai-2017].
- [54] «Cabo Verde - Previsões económicas e indicadores sociais e demográficos». [Em linha]. Disponível em: https://www.montepio.pt/iwov-resources/SitePublico/documentos/pt_PT/empresas/internacional/research/montepio-research-internacional-cabo-verde.pdf.
- [55] «Weather and Climate: Funchal, Madeira». [Em linha]. Disponível em: <https://weather-and-climate.com/average-monthly-Rainfall-Temperature-Sunshine,Funchal,Madeira>. [Acedido: 28-Mai-2017].
- [56] «Weather and Climate: Praia, Cape Verde». [Em linha]. Disponível em: <https://weather-and-climate.com/average-monthly-Rainfall-Temperature-Sunshine,praia,Cape-Verde>. [Acedido: 28-Mai-2017].
- [57] «Plano Energético Renovável de Cabo Verde - Plano de Investimentos». [Em linha]. Disponível em: http://www.ecowrex.org/system/files/documents/2011_plano-energetico-renovavel-cabo-verde-plano-investimentos_gesto-energia.pdf. [Acedido: 02-Jul-2017].
- [58] «Relatório 2016 Cabeólica». [Em linha]. Disponível em: <http://www.cabeolica.com/site1/sobre-nos/sustentabilidade/>. [Acedido: 29-Mai-2018].

Anexos

Definição do modelo

Conjuntos

i – conjunto que identifica os barramentos da rede

j – conjunto que identifica os barramentos da rede, trata-se de um *alias* de **i**, permitindo assim identificar ligações entre barramentos

g – conjunto que identifica os geradores

c – conjunto que identifica as cargas

Pn – conjunto que define a discretização da curva de potência hídrica

VnM – conjunto que define a discretização da curva de volumes para a albufeira de montante

VnJ – conjunto que define a discretização da curva de volumes para a albufeira de jusante

t – conjunto que define a discretização temporal do modelo, usado na análise quasi-estacionária

Parâmetros

Gtipo(i,g) – define o tipo de geração **g**, existente no barramento **i**. Pode assumir os seguintes valores:

- 0 = inexistente.
- 1 = modelação mais flexível da geração, que identifica, entre outras, a geração por turbinas eólicas, com a potência gerada a assumir valores dentro de um intervalo fechado.
- 2 = identifica geradores *diesel* que se assume terem funcionamento similar aos geradores do tipo 1.
- 3 = aproveitamento hídrico.

Ctipo(i,c) – define o tipo da carga **c**, existente no barramento **i**. Pode assumir os seguintes valores:

- 0 = inexistente.
- 1 = a potência consumida assume valores entre um máximo e um mínimo.
- 2 = ligação à terra, intermediada por uma admitância fixa.
- 3 = aproveitamento hídrico em modo de bombagem.
- 4 = ligação à terra, intermediada por uma admitância variável, dentro de limites definidos.

GAmxt(t,i,g) – valor máximo de potência ativa gerada pelo gerador **g** do tipo 1 ou 2, em p.u., no barramento **i**, para cada instante **t**

GAmint(t,i,g) – valor mínimo de potência ativa gerada pelo gerador **g** do tipo 1 ou 2, em p.u., no barramento **i**, para cada instante **t**

GRmxt(t,i,g) – valor máximo de potência reativa gerada pelo gerador **g** do tipo 1 ou 2, em p.u., no barramento **i**, para cada instante **t**

GRmint(t,i,g) – valor mínimo de potência reativa gerada pelo gerador **g** do tipo 1 ou 2, em p.u., no barramento **i**, para cada instante **t**

C_{Amax}(t,i,g) – valor máximo de potência ativa consumida pela carga **c** do tipo 1, em p.u., no barramento **i**, para cada instante **t**

C_{Amin}(t,i,g) – valor mínimo de potência ativa consumida pela carga **c** do tipo 1, em p.u., no barramento **i**, para cada instante **t**

C_{Rmax}(t,i,g) – valor máximo de potência reativa consumida pela carga **c** do tipo 1, em p.u., no barramento **i**, para cada instante **t**

C_{Rmin}(t,i,g) – valor mínimo de potência reativa consumida pela carga **c** do tipo 1, em p.u., no barramento **i**, para cada instante **t**

EstPerda – estimativa do valor máximo das perdas nas linhas

Connij(i,j) – define a existência ou não de ligação entre o barramento **i** e **j**, valor binário

Gij(i,j) – condutância da linha, em p.u., entre os barramentos **i** e **j**

Bij(i,j) – susceptância da linha, em p.u., entre os barramentos **i** e **j**

C_{transG}(t,i,c) – condutância da carga **c** do tipo 2 (transversal) do barramento **i**, em p.u., para cada instante **t**

C_{transB}(t,i,c) – susceptância da carga **c** do tipo 2 (transversal) do barramento **i**, em p.u., para cada instante **t**

C_{varMaxG}(i,c) – condutância máxima da carga **c** do tipo 4 (transversal) do barramento **i**, em p.u.

C_{varMaxB}(i,c) – susceptância máxima da carga **c** do tipo 4 (transversal) do barramento **i**, em p.u.

C_{varMinB}(i,c) – susceptância mínima da carga **c** do tipo 4 (transversal) do barramento **i**, em p.u.

L_{CoE}(i,g) – L_{CoE} do gerador **g** do barramento **i** (1000eur/p.u.)

Plimij(i,j) – limite de potência da linha entre o barramento **i** e **j**, em p.u.

Q_{rioi} – caudal do rio no início da simulação, em m³/s

Q_{riot}(t) – caudal do rio para cada instante, em m³/s

VolR1i – volume de água no início da simulação da albufeira de montante

Q_{descR1max} – caudal de descarga máximo da albufeira de montante

P_{curvaR1}(P_n) – valores de potência produzida em modo de turbinagem no aproveitamento hídrico, para cada valor **P_n** da curva de potência

Q_{curvaR1}(P_n) – valores de caudal turbinado, para cada valor **P_n** da curva de potência

V_{curvaR1}(V_{nM}) – valores de volume da albufeira de montante, para cada valor **V_{nM}** da curva de volumes

h_{curvaR1}(V_{nM}) – valores de altura da água da albufeira de montante, para cada valor **V_{nM}** da curva de volumes

A_{curvaR1}(V_{nM}) – valores de área superficial da água da albufeira de montante, para cada valor **V_{nM}** da curva de volumes

VolR2i – volume de água no início da simulação da albufeira de jusante

Q_{descR2max} – caudal de descarga máximo da albufeira de jusante

P_{curvaR2}(P_n) – valores de potência consumida em modo de bombagem no aproveitamento hídrico, para cada valor **P_n** da curva de potência

QcurvaR2(Pn) – valores de caudal bombado, para cada valor **Pn** da curva de potência

VcurvaR2(VnJ) – valores de volume da albufeira de jusante, para cada valor **VnJ** da curva de volumes

hcurvaR2(VnJ) – valores de altura da água da albufeira de jusante, para cada valor **VnJ** da curva de volumes

AcurvaR2(VnJ) – valores de área superficial da água da albufeira de jusante, para cada valor **VnJ** da curva de volumes

Qturbmax – caudal máximo de turbinagem

Qbombmax – caudal máximo de bombagem

Pturbmax – potência máxima de turbinagem

Pbombmax – potência máxima de bombagem

Qturbmin – caudal mínimo de turbinagem

Qbombmin – caudal mínimo de bombagem

Pturbmin – potência mínima de turbinagem

Pbombmin – potência mínima de bombagem

bQR1(Pn) – declive de cada um dos troços da linearização da curva de potência para o modo de turbinagem

bQR1(Pn) – ordenada na origem de cada um dos troços da linearização da curva de potência para o modo de turbinagem

mQR2(Pn) – declive de cada um dos troços da linearização da curva de potência para o modo de bombagem

mQR2(Pn) – ordenada na origem de cada um dos troços da linearização da curva de potência para o modo de bombagem

Infilt1 – termo constante do caudal de infiltração

Infilt2 – termo linear do caudal de infiltração

EvapR1 – evaporação por unidade de área para a albufeira de montante

EvapR2 – evaporação por unidade de área para a albufeira de jusante

Infilt2 – termo linear do caudal de infiltração

tolV – tolerância máxima percentual para os valores de tensão de cada barramento relativamente ao valor de referência

tolFase – tolerância máxima para a diferença de fase entre barramentos

Vref – tensão do barramento de referência

deltat – resolução temporal do modelo

nrDie – número de geradores *diesel*

slack – valor percentual para relaxar restrições não-essenciais

Variáveis

Rede

$V(t,i)$ – tensão no barramento i no instante t

$\text{fase}(t,i)$ – fase em graus no barramento i no instante t

$\text{delta}(t,i,j)$ – diferença de fase em radianos entre o barramento i e o barramento j no instante t

$P_{ij}(t,i,j)$ – fluxo de potência ativa entre o barramento i e o barramento j no instante t

$Q_{ij}(t,i,j)$ – fluxo de potência reativa entre o barramento i e o barramento j no instante t

$\text{Sperdat}(t)$ – perdas de energia totais longitudinais das linhas para cada instante t

$\text{CR}(t,i,g)$ – potência reativa consumida pela carga c do barramento i no instante t

Funções objectivo

SgRen – potência renovável gerada total

Sg – potência gerada total

SgDiesel – potência *diesel* gerada total

Custo – custo total da geração de potência

Sperda – perdas de energia totais longitudinais das linhas

Variáveis positivas

Inputs e outputs

$\text{GA}(t,i,g)$ – potência ativa gerada pelo gerador g do barramento i no instante t

$\text{GR}(t,i,g)$ – potência reativa gerada pelo gerador g do barramento i no instante t

$\text{CA}(t,i,g)$ – potência ativa consumida pela carga c do barramento i no instante t

Albufeira de montante

$\text{Qturb}(t)$ – caudal turbinado no instante t

$\text{QdescR1}(t)$ – caudal de descarga da albufeira de montante no instante t

$\text{QevapR1}(t)$ – caudal de evaporação da albufeira de montante no instante t

$\text{VolR1}(t)$ – volume de água da albufeira de montante no instante t

$\text{hR1}(t)$ – altura da água da albufeira de montante no instante t

$\text{AR1}(t)$ – área superficial da água da albufeira de montante no instante t

Reservatório 2 (jusante)

$\text{Qbomb}(t)$ – caudal bombado no instante t

QdescR2(t) – caudal de descarga da albufeira de jusante no instante **t**

QevapR2(t) – caudal de evaporação da albufeira de jusante no instante **t**

Qinf(t) – caudal de infiltração da albufeira de jusante no instante **t**

VolR2(t) – volume de água da albufeira de jusante no instante **t**

AR2(t) – área superficial da água da albufeira de jusante no instante **t**

hR2(t) – altura da água da albufeira de jusante no instante **t**

Variáveis binárias

yQnR1(t,Pn) – variáveis binárias para seleção do valor de caudal da curva de potência gerada em função do caudal turbinado no instante **t**

yVnR1(t,Vn) – variáveis binárias para seleção do valor de volume da curva de altura da água em função do volume de água no reservatorio 1 no instante **t**

yQnR2(t,Pn) – variáveis binárias para seleção do valor de caudal da curva de potência gerada em função do caudal bombado no instante **t**

yVnR2(t,Vn) – variáveis binárias para seleção do valor de volume da curva de altura da água em função do volume de água no reservatorio 2 no instante **t**

yQturb(t) – variável binária para ativação/desativação da turbinagem no instante **t**

yQbomb(t) – variável binária para ativação/desativação da bombagem no instante **t**

yDie(t) – variável binária para ativação/desativação do *diesel* no instante **t**

yEstado1(t) – variavel binaria 1 de estado da producao renovavel no instante **t**

yEstado2(t) – variavel binaria 2 de estado da producao renovavel no instante **t**

yEstado3(t) – variavel binaria 3 de estado da producao renovavel no instante **t**

yEstado4(t) – variavel binaria 4 de estado da producao renovavel no instante **t**

Equações do ACOPF

Rede

- Diferença de fase, aplica-se para $\forall t, i, j: \text{Connij}(i, j) = 1$

$$\text{delta}(t, i, j) = (\text{fase}(t, i) - \text{fase}(t, j)) \frac{\pi}{180} \quad (76)$$

- Potência ativa na linha, aplica-se para $\forall t, i, j: \text{Connij}(i, j) = 1$

$$\begin{aligned} P_{ij}(t, i, j) = & V^2(t, i) G_{ij}(i, j) - V(t, i) V(t, j) G_{ij}(i, j) \cos(\text{delta}(t, i, j)) \\ & - V(t, i) V(t, j) B_{ij}(i, j) \sin(\text{delta}(t, i, j)) \end{aligned} \quad (77)$$

- Potência reativa na linha, aplica-se para $\forall t, i, j: \text{Connij}(i, j) = 1$

$$\begin{aligned} Q_{ij}(t,i,j) = & -V^2(t,i)B_{ij}(i,j) + V(t,i)V(t,j)B_{ij}(i,j)\cos(\text{delta}(t,i,j)) \\ & -V(t,i)V(t,j)G_{ij}(i,j)\sin(\text{delta}(t,i,j)) \end{aligned} \quad (78)$$

- Limite de potência na linha, aplica-se para $\forall t,i,j: \text{Connij}(i,j)=1$

$$P_{ij}^2(t,i,j) + Q_{ij}^2(t,i,j) \leq P_{\text{lim}} i j^2(i,j) \quad (79)$$

- Balanço de potência ativa no nó, aplica-se para $\forall t,i$

$$\sum_{j|\text{Connij}(i,j)=1} P_{ij}(t,i,j) = \sum_{g|G_{\text{tipo}}(i,g) \neq 0} GA(t,i,g) - \sum_{c|C_{\text{tipo}}(i,c) \neq 0} CA(t,i,c) \quad (80)$$

- Balanço de potência reativa no nó, aplica-se para $\forall t,i$

$$\sum_{j|\text{Connij}(i,j)=1} Q_{ij}(t,i,j) = \sum_{g|G_{\text{tipo}}(i,g) \neq 0} GR(t,i,g) - \sum_{c|C_{\text{tipo}}(i,c) \neq 0} CR(t,i,c) \quad (81)$$

- Limite máximo de diferença de fase, aplica-se para $\forall t,i,j: \text{Connij}(i,j)=1$

$$\text{delta}(t,i,j) \leq \text{tolFase} \frac{\pi}{180} \quad (82)$$

- Limite mínimo de diferença de fase, aplica-se para $\forall t,i,j: \text{Connij}(i,j)=1$

$$\text{delta}(t,i,j) \geq -\text{tolFase} \frac{\pi}{180} \quad (83)$$

- Limite máximo de tensão, aplica-se para $\forall t,i$

$$V(t,i) \leq V_{\text{ref}} \left(1 + \frac{\text{tolV}}{100} \right) \quad (84)$$

- Limite mínimo de tensão, aplica-se para $\forall t,i$

$$V(t,i) \geq V_{\text{ref}} \left(1 - \frac{\text{tolV}}{100} \right) \quad (85)$$

- Perda de potência total nas linhas para cada instante, aplica-se para $\forall t$

$$\text{Sperda}(t) = \sum_{j|\text{Connij}(i,j)=1 \wedge \text{ordem}(i) > \text{ordem}(j)} \left\{ \begin{aligned} & V^2(t,i) + V^2(t,j) \\ & -2.V(t,i)V(t,j)\cos(\text{delta}(t,i,j)) \end{aligned} \right\} G_{ij}(i,j) \quad (86)$$

Funções objectivo

- Potência renovável total gerada

$$\text{SgRen} = \sum_t \left[\sum_{i,g|G_{\text{tipo}}(i,g)=1} \left\{ \sqrt{GA^2(t,i,g) + GR^2(t,i,g)} \right\} \right] \quad (87)$$

- Potência aparente total gerada

$$Sg = \sum_t \left[\sum_{i,g|Gtipo(i,g) \neq 0} \left\{ \sqrt{GA^2(t,i,g) + GR^2(t,i,g)} \right\} \right] \quad (88)$$

- Potência aparente total dos geradores *diesel*

$$SgDiesel = \sum_t \left[\sum_{i,g|Gtipo(i,g)=2} \left(\sqrt{GA^2(t,i,g) + GR^2(t,i,g)} \right) \right] \quad (89)$$

- Custo total da geração de potência

$$Custo = \sum_t \left[\sum_{i,g|Gtipo(i,g) \neq 0} \left\{ LCoE(i,g) \sqrt{GA^2(t,i,g) + GR^2(t,i,g)} \right\} \right] \quad (90)$$

- Perda de potência total nas linhas para toda a simulação

$$Sperda = \sum_t Sperdat(t) \quad (91)$$

Geradores

- Limite máximo de potência ativa para geradores, aplica-se para $\forall t,i,g : Gtipo(i,g) \neq 0$

$$GA(t,i,g) \leq \begin{cases} GA_{max}t(t,i,g), & \text{se } Gtipo(i,g)=1 \\ GA_{max}t(t,i,g).yDie(t) + GA_{min}t(t,i,g).(1-yDie(t)), & \text{se } Gtipo(i,g)=2 \\ \sum_{Pn|ord(Pn)=\#Pn} PcurvaR1(Pn).yQturb(t), & \text{se } Gtipo(i,g)=3 \end{cases} \quad (92)$$

- Limite mínimo de potência ativa para geradores, aplica-se para $\forall t,i,g : Gtipo(i,g) \neq 0$

$$GA(t,i,g) \geq \begin{cases} GA_{min}t(t,i,g), & \text{se } Gtipo(i,g)=1 \vee Gtipo(i,g)=2 \\ \sum_{Pn|ord(Pn)=1} PcurvaR1(Pn).yQturb(t), & \text{se } Gtipo(i,g)=3 \end{cases} \quad (93)$$

- Limite máximo de potência reativa para geradores, aplica-se para $\forall t,i,g : Gtipo(i,g) \neq 0$

$$GR(t,i,g) \leq \begin{cases} GR_{max}t(t,i,g), & \text{se } Gtipo(i,g)=1 \\ GA(t,i,g), & \text{se } Gtipo(i,g)=2 \vee Gtipo(i,g)=3 \end{cases} \quad (94)$$

- Limite mínimo de potência reativa para geradores, aplica-se para $\forall t,i,g : Gtipo(i,g) \neq 0$

$$GR(t,i,g) \geq \begin{cases} GR_{min}t(t,i,g), & \text{se } Gtipo(i,g)=1 \\ 0, & \text{se } Gtipo(i,g)=2 \vee Gtipo(i,g)=3 \end{cases} \quad (95)$$

Cargas

- Limite máximo de potência ativa para cargas, aplica-se para $\forall t, i, c: C_{tipo}(i, c) \neq 0$

$$CA(t, i, c) \leq \begin{cases} CA_{max}t(t, i, c), & \text{se } C_{tipo}(i, c) = 1 \\ V^2(t, i).C_{trans}Gt(t, i, c), & \text{se } C_{tipo}(i, c) = 2 \\ \sum_{Pn | ord(Pn) = \#Pn} P_{curva}R2(Pn).y_{Qbomb}(t), & \text{se } C_{tipo}(i, c) = 3 \\ V^2(t, i).C_{var}MaxG(i, c), & \text{se } C_{tipo}(i, c) = 4 \end{cases} \quad (96)$$

- Limite mínimo de potência ativa para cargas, aplica-se para $\forall t, i, c: C_{tipo}(i, c) \neq 0$

$$CA(t, i, c) \geq \begin{cases} CA_{min}t(t, i, c), & \text{se } C_{tipo}(i, c) = 1 \\ V^2(t, i).C_{trans}Gt(t, i, c), & \text{se } C_{tipo}(i, c) = 2 \\ \sum_{Pn | ord(Pn) = 1} P_{curva}R2(Pn).y_{Qbomb}(t), & \text{se } C_{tipo}(i, c) = 3 \\ 0, & \text{se } C_{tipo}(i, c) = 4 \end{cases} \quad (97)$$

- Limite máximo de potência reativa para cargas, aplica-se para $\forall t, i, c: C_{tipo}(i, c) \neq 0$

$$CR(t, i, c) \leq \begin{cases} CR_{max}t(t, i, c), & \text{se } C_{tipo}(i, c) = 1 \\ -V^2(t, i).C_{trans}Bt(t, i, c), & \text{se } C_{tipo}(i, c) = 2 \\ CA(t, i, c), & \text{se } C_{tipo}(i, c) = 3 \\ -V^2(t, i).C_{var}MaxB(t, i, c), & \text{se } C_{tipo}(i, c) = 4 \end{cases} \quad (98)$$

- Limite mínimo de potência reativa para cargas, aplica-se para $\forall t, i, c: C_{tipo}(i, c) \neq 0$

$$CR(t, i, c) \geq \begin{cases} CR_{min}t(t, i, c), & \text{se } C_{tipo}(i, c) = 1 \\ -V^2(t, i).C_{trans}Bt(t, i, c), & \text{se } C_{tipo}(i, c) = 2 \\ 0, & \text{se } C_{tipo}(i, c) = 3 \\ -V^2(t, i).C_{var}MinB(i, c), & \text{se } C_{tipo}(i, c) = 4 \end{cases} \quad (99)$$

Funcionamento do aproveitamento hídrico

Albufeira de montante

- Limite superior de cada troço de caudal turbinado, aplica-se para $\forall t, Pn$

$$Q_{turb}(t) \leq \begin{cases} bQR1(P_n) + mQR1(P_n) \cdot \left[\sum_{i,g|Gtipo(i,g)=3} GA(t,i,g) \right] \\ + \left\{ Q_{turbmax} - \left[bQR1(P_n) + mQR1(P_n) \cdot P_{turbmin} \right] \right\} \\ \cdot (1 - y_{QnR1}(t, P_n)), \text{ se } ord(P_n) \neq \#P_n \\ Q_{turbmax} \cdot y_{QnR1}(t), \text{ se } ord(P_n) = \#P_n \end{cases} \quad (100)$$

- Limite inferior de cada troço de caudal bombado, aplica-se para $\forall t, P_n$

$$Q_{turb}(t) \geq \begin{cases} bQR1(P_n) + mQR1(P_n) \cdot \left[\sum_{i,g|Gtipo(i,g)=3} GA(t,i,g) \right] \\ - \left\{ bQR1(P_n) + mQR1(P_n) \cdot P_{turbmax} \right\} \\ \cdot (1 - y_{QnR1}(t, P_n)), \text{ se } ord(P_n) \neq \#P_n \\ Q_{turbmax} \cdot y_{QnR1}(t, P_n), \text{ se } ord(P_n) = \#P_n \end{cases} \quad (101)$$

- Altura da água da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$hR1(t) = \sum_{VnM} hcurvaR1(VnM) \cdot y_{VnR1}(t, VnM) \quad (102)$$

- Área superficial da água da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$AR1(t) = \sum_{VnM} AcurvaR1(VnM) \cdot y_{VnR1}(t, VnM) \quad (103)$$

- Limite mínimo absoluto do caudal turbinado, aplica-se para $\forall t$

$$Q_{turb}(t) \geq Q_{turbmin} \cdot y_{QnR1}(t) \quad (104)$$

- Limite máximo do caudal de descarga da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$Q_{descR1}(t) \leq Q_{descR1max} \cdot \sum_{VnM|ord(VnM)=\#VnM} y_{VnR1}(t, VnM) \quad (105)$$

- Caudal de evaporação da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$Q_{evapR1}(t) = EvapR1 \cdot AR1(t) \quad (106)$$

- Volume da albufeira de montante no final de cada instante da simulação, aplica-se para $\forall t$

$$VolR1(t) = \begin{cases} VolR1i \\ + (Q_{bomb}(t) - Q_{turb}(t) - Q_{descR1}(t) - Q_{evapR1}(t)) \cdot \text{deltat}, \\ \text{se } ord(t) = 1 \\ VolR1(t-1) \\ + (Q_{bomb}(t) - Q_{turb}(t) - Q_{descR1}(t) - Q_{evapR1}(t)) \cdot \text{deltat}, \\ \text{se } ord(t) \neq 1 \end{cases} \quad (107)$$

- Limite mínimo de volume da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$VolR1(t) \geq \sum_{VnM|ord(VnM)=1} VcurvaR1(VnM).(1-slack) \quad (108)$$

- Limite máximo de volume da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$VolR1(t) \leq \sum_{VnM|ord(VnM)=\#VnM} VcurvaR1(VnM).(1+slack) \quad (109)$$

- Limite mínimo de altura da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$hR1(t) \geq \sum_{VnM|ord(VnM)=1} hcurvaR1(VnM).(1-slack) \quad (110)$$

- Limite máximo de altura da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$hR1(t) \leq \sum_{VnM|ord(VnM)=\#VnM} hcurvaR1(VnM).(1+slack) \quad (111)$$

- Limite mínimo de área da superfície da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$AR1(t) \geq \sum_{VnM|ord(VnM)=1} AcurvaR1(VnM).(1-slack) \quad (112)$$

- Limite máximo de área da superfície da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$AR1(t) \leq \sum_{VnM|ord(VnM)=\#VnM} AcurvaR1(VnM).(1+slack) \quad (113)$$

- Impôr a seleção de um único valor da curva de caudal turbinado quando a turbinagem está ativa, aplica-se para $\forall t$

$$\sum_{Pn} yQnR1(t, Pn) = yQturb(t) \quad (114)$$

- Impôr a seleção de um único valor da curva de volumes da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$\sum_{VnM} yVnR1(t, VnM) = 1 \quad (115)$$

- Condição 1 para a seleção do valor correto da curva de potência da turbinagem, aplica-se para $\forall t, i, g: Gtipo(i, g) = 3$

$$GA(t, i, g) \leq \sum_{Pn|ord(Pn) \neq \#Pn} yQnR1(t, Pn).PcurvaR1(Pn+1) + \sum_{Pn|ord(Pn) = \#Pn} yQnR1(t, Pn).PcurvaR1(Pn) \quad (116)$$

- Condição 2 para a seleção do valor correto da curva de potência da turbinagem, aplica-se para $\forall t, i, g: Gtipo(i, g) = 3$

$$GA(t, i, g) \geq \sum_{Pn} yQnR1(t, Pn).PcurvaR1(Pn) \quad (117)$$

- Condição 1 para a seleção do valor correto da curva de volumes da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t, i, g: Gtipo(i, g) = 3$

$$\begin{aligned} \text{VolR1}(t) \leq & \sum_{VnM | \text{ord}(VnM) \neq \#VnM} yVnR1(t, VnM) \cdot VcurvaR1(VnM+1) \\ & + \sum_{VnM | \text{ord}(VnM) = \#VnM} yVnR1(t, VnM) \cdot VcurvaR1(VnM) \end{aligned} \quad (118)$$

- Condição 2 para a seleção do valor correto da curva de volumes da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t, i, g: Gtipo(i, g) = 3$

$$\text{VolR1}(t) \geq \sum_{VnM} yVnR1(t, VnM) \cdot VcurvaR1(VnM) \quad (119)$$

Albufeira de jusante

- Limite superior de cada troço de caudal bombado, aplica-se para $\forall t, Pn$

$$Q_{\text{bomb}}(t) \leq \begin{cases} bQR2(Pn) + mQR2(Pn) \cdot \left[\sum_{i, c | Ctipo(i, c) = 3} CA(t, i, c) \right] \\ + \left\{ Q_{\text{bombmax}} - \left[bQR2(Pn) + mQR2(Pn) \cdot Pbombmin \right] \right\} \\ \cdot (1 - yQnR2(t, Pn)), \text{ se } \text{ord}(Pn) \neq \#Pn \\ Q_{\text{bombmax}} \cdot yQ_{\text{bomb}}(t), \text{ se } \text{ord}(Pn) = \#Pn \end{cases} \quad (120)$$

- Limite inferior de cada troço de caudal bombado, aplica-se para $\forall t, Pn$

$$Q_{\text{bomb}}(t) \geq \begin{cases} bQR2(Pn) + mQR2(Pn) \cdot \left[\sum_{i, c | Ctipo(i, c) = 3} CA(t, i, c) \right] \\ - \left\{ bQR2(Pn) + mQR2(Pn) \cdot Pbombmax \right\} \\ \cdot (1 - yQnR2(t, Pn)), \text{ se } \text{ord}(Pn) \neq \#Pn \\ Q_{\text{bombmax}} \cdot yQnR2(t, Pn), \text{ se } \text{ord}(Pn) = \#Pn \end{cases} \quad (121)$$

- Altura da água da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$hR2(t) = \sum_{VnJ} hcurvaR2(VnJ) \cdot yVnR2(t, VnJ) \quad (122)$$

- Área superficial da água da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$AR2(t) = \sum_{VnJ} AcurvaR2(VnJ) \cdot yVnR1(t, VnJ) \quad (123)$$

- Limite mínimo absoluto do caudal bombado, aplica-se para $\forall t$

$$Qturb(t) \geq Qturbmin \cdot yQturb(t) \quad (124)$$

- Limite máximo do caudal de descarga da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$QdescR2(t) \leq QdescR2max. \sum_{VnJ|ord(VnJ)=\#VnJ} yVnR2(t,VnJ) \quad (125)$$

- Caudal de evaporação da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$QevapR2(t) = EvapR2.AR2(t) \quad (126)$$

- Caudal de infiltração da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$Qinf(t) = infilt1 + infilt2 * hR2(t) \quad (127)$$

- Volume da albufeira de jusante no final de cada instante da simulação, aplica-se para $\forall t$

$$VolR2(t) = \begin{cases} VolR2i \\ + \left[\begin{aligned} &Qriot(t) + Qturb(t) - Qbomb(t) + QdescR1(t) \\ &- QdescR2(t) - Qinf(t) - QevapR2(t) \end{aligned} \right] .deltat, & \text{se } ord(t) = 1 \\ VolR2(t-1) \\ + \left[\begin{aligned} &Qriot(t) + Qturb(t) - Qbomb(t) + QdescR1(t) \\ &- QdescR2(t) - Qinf(t) - QevapR2(t) \end{aligned} \right] .deltat, & \text{se } ord(t) \neq 1 \end{cases} \quad (128)$$

- Limite mínimo de volume da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$VolR2(t) \geq \sum_{VnJ|ord(VnJ)=1} VcurvaR2(VnJ). (1 - slack) \quad (129)$$

- Limite máximo de volume da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$VolR2(t) \leq \sum_{VnJ|ord(VnJ)=\#VnJ} VcurvaR2(VnJ). (1 + slack) \quad (130)$$

- Limite mínimo de altura da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$hR2(t) \geq \sum_{VnJ|ord(VnJ)=1} hcurvaR2(VnJ). (1 - slack) \quad (131)$$

- Limite máximo de altura da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$hR2(t) \leq \sum_{VnJ|ord(VnJ)=\#VnJ} hcurvaR2(VnJ). (1 + slack) \quad (132)$$

- Limite mínimo de área da superfície da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$AR2(t) \geq \sum_{VnJ|ord(VnJ)=1} AcurvaR2(VnJ). (1 - slack) \quad (133)$$

- Limite máximo de área da superfície da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$AR2(t) \leq \sum_{VnJ|ord(VnJ)=\#VnJ} AcurvaR2(VnJ). (1 + slack) \quad (134)$$

- Impôr a seleção de um único valor da curva de caudal bombado quando a bombagem está ativa, aplica-se para $\forall t$

$$\sum_{Pn} yQnR2(t,Pn) = yQbomb(t) \quad (135)$$

- Impôr a seleção de um único valor da curva de volumes da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$\sum_{VnJ} yVnR2(t, VnJ) = 1 \quad (136)$$

- Condição 1 para a seleção do valor correto da curva de potência da bombagem, aplica-se para $\forall t, i, c: Ctipo(i, c) = 3$

$$CA(t, i, c) \leq \sum_{PnJord(Pn) \neq Pn} yQnR2(t, Pn) \cdot PcurvaR2(Pn + 1) + \sum_{PnJord(Pn) = Pn} yQnR2(t, Pn) \cdot PcurvaR2(Pn) \quad (137)$$

- Condição 2 para a seleção do valor correto da curva de potência da bombagem, aplica-se para $\forall t, i, c: Ctipo(i, c) = 3$

$$CA(t, i, c) \geq \sum_{Pn} yQnR2(t, Pn) \cdot PcurvaR2(Pn) \quad (138)$$

- Condição 1 para a seleção do valor correto da curva de volumes da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t, i, c: Ctipo(i, c) = 3$

$$VolR2(t) \leq \sum_{VnJord(VnJ) \neq VnJ} yVnR2(t, VnJ) \cdot VcurvaR2(VnJ + 1) + \sum_{VnJord(VnJ) = VnJ} yVnR2(t, VnJ) \cdot VcurvaR2(VnJ) \quad (139)$$

- Condição 2 para a seleção do valor correto da curva de volumes da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t, i, c: Ctipo(i, c) = 3$

$$VolR2(t) \geq \sum_{VnJ} yVnR2(t, VnJ) \cdot VcurvaR2(VnJ) \quad (140)$$

Controlo lógico

- Tornar a turbinagem e bombagem mutuamente exclusivas, aplica-se para $\forall t$

$$yQturb(t) + yQbomb(t) \leq 1 \quad (141)$$

- Ativar turbinagem quando há volume na albufeira de montante e há défice de produção renovável suficiente para a potência mínima, aplica-se para $\forall t$

$$yEstado2(t) + yQturb(t) + \sum_{VnMJord(VnM) \leq 2} yVnR1(t, VnM) \geq 1 \quad (142)$$

- Ativar bombagem quando há volume na albufeira de jusante e há excesso de produção renovável suficiente para a potência mínima, aplica-se para $\forall t$

$$1 - yEstado4(t) + yQbomb(t) + \sum_{VnJord(VnJ) = 1} yVnR2(t, VnJ) \geq 1 \quad (143)$$

- Desativar *diesel* quando a hídrica satisfaz as necessidades de produção e há volume na albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$yDie(t) + yEstado1(t) - yEstado2(t) \leq 1 + \sum_{VnM | ord(VnM) \leq 2} yVnR1(t, VnM) \quad (144)$$

- Desativar *diesel* quando há excesso de produção renovável, aplica-se para $\forall t$

$$yDie(t) + yEstado3(t) \leq 1 \quad (145)$$

- Desativar turbinagem quando há excesso de produção renovável, aplica-se para $\forall t$

$$yQturb(t) + yEstado3(t) \leq 1 \quad (146)$$

- Desativar bombagem quando há défice de produção renovável, aplica-se para $\forall t$

$$yQbomb(t) + 1 - yEstado3(t) \leq 1 \quad (147)$$

- Condição 1 de definição de **yEstado1(t)**, , aplica-se para $\forall t$

$$\begin{aligned} & Pturb\ max + \sum_{i,g | Gtipo(i,g)=1} GA(t, i, g) + \sum_{i,g | Gtipo(i,g)=2} GA\ min\ t(t, i, g) \\ & \geq Sperdat(t) + \sum_{i,c | Ctipo(i,c)=1} CA(t, i, c) + \sum_{i,c | Ctipo(i,c)=2} CA(t, i, c) \\ & - (1 - yEstado1(t)) \cdot \left[\begin{aligned} & estPerda + \sum_{i,c | Ctipo(i,c)=1} CA\ min\ t(t, i, c) \\ & + \sum_{i,c | Ctipo(i,c)=2} CtransGt(t, i, c) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (148)$$

- Condição 2 de definição de **yEstado1(t)**, , aplica-se para $\forall t$

$$\begin{aligned} & Sperdat(t) + \sum_{i,c | Ctipo(i,c)=1} CA(t, i, c) + \sum_{i,c | Ctipo(i,c)=2} CA(t, i, c) \\ & \geq Pturb\ max + \sum_{i,g | Gtipo(i,g)=1} GA(t, i, g) + \sum_{i,g | Gtipo(i,g)=2} GA\ min\ t(t, i, g) \\ & - yEstado1(t) \cdot \left[Pturb\ max + \sum_{i,g | Gtipo(i,g)=1} GA\ max\ t(t, i, g) + \sum_{i,g | Gtipo(i,g)=2} GA\ min\ t(t, i, g) \right] \end{aligned} \quad (149)$$

- Condição 1 de definição de **yEstado2(t)**, , aplica-se para $\forall t$

$$\begin{aligned} & Pturb\ min + \sum_{i,g | Gtipo(i,g)=1} GA(t, i, g) + \sum_{i,g | Gtipo(i,g)=2} GA\ min\ t(t, i, g) \\ & \geq Sperdat(t) + \sum_{i,c | Ctipo(i,c)=1} CA(t, i, c) + \sum_{i,c | Ctipo(i,c)=2} CA(t, i, c) \\ & - (1 - yEstado2(t)) \cdot \left[\begin{aligned} & estPerda + \sum_{i,c | Ctipo(i,c)=1} CA\ min\ t(t, i, c) \\ & + \sum_{i,c | Ctipo(i,c)=2} CtransGt(t, i, c) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (150)$$

- Condição 2 de definição de **yEstado2(t)**, , aplica-se para $\forall t$

$$\begin{aligned}
 & \text{Sperdat}(t) + \sum_{i,c|\text{Ctipo}(i,c)=1} \text{CA}(t,i,c) + \sum_{i,c|\text{Ctipo}(i,c)=2} \text{CA}(t,i,c) \\
 & \geq \text{Pturb min} + \sum_{i,g|\text{Gtipo}(i,g)=1} \text{GA}(t,i,g) + \sum_{i,g|\text{Gtipo}(i,g)=2} \text{GA min } t(t,i,g) \\
 & - \text{yEstado2}(t) \cdot \left[\text{Pturb min} + \sum_{i,g|\text{Gtipo}(i,g)=1} \text{GA max } t(t,i,g) + \sum_{i,g|\text{Gtipo}(i,g)=2} \text{GA min } t(t,i,g) \right]
 \end{aligned} \tag{151}$$

- Condição 1 de definição de **yEstado3(t)**, , aplica-se para $\forall t$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i,g|\text{Gtipo}(i,g)=1} \text{GA}(t,i,g) + \sum_{i,g|\text{Gtipo}(i,g)=2} \text{GA min } t(t,i,g) \\
 & \geq \text{Sperdat}(t) + \sum_{i,c|\text{Ctipo}(i,c)=1} \text{CA}(t,i,c) + \sum_{i,c|\text{Ctipo}(i,c)=2} \text{CA}(t,i,c) \\
 & - (1 - \text{yEstado3}(t)) \cdot \left[\begin{aligned} & \text{estPerda} + \sum_{i,c|\text{Ctipo}(i,c)=1} \text{CA min } t(t,i,c) \\ & + \sum_{i,c|\text{Ctipo}(i,c)=2} \text{CtransGt}(t,i,c) \end{aligned} \right]
 \end{aligned} \tag{152}$$

- Condição 2 de definição de **yEstado3(t)**, , aplica-se para $\forall t$

$$\begin{aligned}
 & \text{Sperdat}(t) + \sum_{i,c|\text{Ctipo}(i,c)=1} \text{CA}(t,i,c) + \sum_{i,c|\text{Ctipo}(i,c)=2} \text{CA}(t,i,c) \\
 & \geq \sum_{i,g|\text{Gtipo}(i,g)=1} \text{GA}(t,i,g) + \sum_{i,g|\text{Gtipo}(i,g)=2} \text{GA min } t(t,i,g) \\
 & - \text{yEstado3}(t) \cdot \left[\sum_{i,g|\text{Gtipo}(i,g)=1} \text{GA max } t(t,i,g) + \sum_{i,g|\text{Gtipo}(i,g)=2} \text{GA min } t(t,i,g) \right]
 \end{aligned} \tag{153}$$

- Condição 1 de definição de **yEstado4(t)**, , aplica-se para $\forall t$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i,g|\text{Gtipo}(i,g)=1} \text{GA}(t,i,g) + \sum_{i,g|\text{Gtipo}(i,g)=2} \text{GA min } t(t,i,g) \\
 & \geq \text{Pbomb min} + \text{Sperdat}(t) + \sum_{i,c|\text{Ctipo}(i,c)=1} \text{CA}(t,i,c) + \sum_{i,c|\text{Ctipo}(i,c)=2} \text{CA}(t,i,c) \\
 & - (1 - \text{yEstado4}(t)) \cdot \left[\begin{aligned} & \text{Pbomb min} + \text{estPerda} + \sum_{i,c|\text{Ctipo}(i,c)=1} \text{CA min } t(t,i,c) \\ & + \sum_{i,c|\text{Ctipo}(i,c)=2} \text{CtransGt}(t,i,c) \end{aligned} \right]
 \end{aligned} \tag{154}$$

- Condição 2 de definição de **yEstado4(t)**, , aplica-se para $\forall t$

$$\begin{aligned}
 & P_{\text{bomb min}} + \text{Sperdat}(t) + \sum_{i,c | \text{Ctipo}(i,c)=1} CA(t,i,c) + \sum_{i,c | \text{Ctipo}(i,c)=2} CA(t,i,c) \\
 & \geq \sum_{i,g | \text{Gtipo}(i,g)=1} GA(t,i,g) + \sum_{i,g | \text{Gtipo}(i,g)=2} GA_{\text{min } t}(t,i,g) \\
 & -y_{\text{Estado4}}(t) \cdot \left[\sum_{i,g | \text{Gtipo}(i,g)=1} GA_{\text{max } t}(t,i,g) + \sum_{i,g | \text{Gtipo}(i,g)=2} GA_{\text{min } t}(t,i,g) \right]
 \end{aligned} \tag{155}$$

Equações do DCOPF

Rede

- Diferença de fase, aplica-se para $\forall t,i,j: \text{Connij}(i,j)=1$

$$\text{delta}(t,i,j) = (\text{fase}(t,i) - \text{fase}(t,j)) \frac{\pi}{180} \tag{156}$$

- Potência ativa na linha, aplica-se para $\forall t,i,j: \text{Connij}(i,j)=1$

$$P_{ij}(t,i,j) = -B_{ij}(i,j) \cdot \text{delta}(t,i,j) \tag{157}$$

- Balanço de potência ativa no nó, aplica-se para $\forall t,i$

$$\sum_{j | \text{Connij}(i,j)=1} P_{ij}(t,i,j) = \sum_{g | \text{Gtipo}(i,g) \neq 0} GA(t,i,g) - \sum_{c | \text{Ctipo}(i,c) \neq 0} CA(t,i,c) \tag{158}$$

- Limite máximo de diferença de fase, aplica-se para $\forall t,i,j: \text{Connij}(i,j)=1$

$$\text{delta}(t,i,j) \leq \text{tolFase} \frac{\pi}{180} \tag{159}$$

- Limite mínimo de diferença de fase, aplica-se para $\forall t,i,j: \text{Connij}(i,j)=1$

$$\text{delta}(t,i,j) \geq -\text{tolFase} \frac{\pi}{180} \tag{160}$$

Funções objectivo

- Potência renovável total gerada

$$Sg_{\text{Ren}} = \sum_t \sum_{i,g | \text{Gtipo}(i,g)=1} GA(t,i,g) \tag{161}$$

- Potência total gerada

$$Sg = \sum_t \sum_{i,g | \text{Gtipo}(i,g) \neq 0} GA(t,i,g) \tag{162}$$

- Potência total dos geradores *diesel*

$$Sg_{\text{Diesel}} = \sum_t \sum_{i,g | \text{Gtipo}(i,g)=2} GA(t,i,g) \tag{163}$$

- Custo total da geração de potência

$$\text{Custo} = \sum_t \sum_{i,g | G_{\text{tipo}}(i,g) \neq 0} \text{LCoE}(i,g) \text{GA}(t,i,g) \quad (164)$$

Geradores

- Limite máximo de potência ativa para geradores, aplica-se para $\forall t,i,g : G_{\text{tipo}}(i,g) \neq 0$

$$\text{GA}(t,i,g) \leq \begin{cases} \text{GA}_{\text{max}} t(t,i,g), & \text{se } G_{\text{tipo}}(i,g)=1 \\ \text{GA}_{\text{max}} t(t,i,g) \cdot y_{\text{Die}}(t) + \text{GA}_{\text{min}} t(t,i,g) \cdot (1 - y_{\text{Die}}(t)), & \text{se } G_{\text{tipo}}(i,g)=2 \\ \sum_{P_n | \text{ord}(P_n) = \# P_n} \text{PcurvaR1}(P_n) \cdot y_{\text{Qturb}}(t), & \text{se } G_{\text{tipo}}(i,g)=3 \end{cases} \quad (165)$$

- Limite mínimo de potência ativa para geradores, aplica-se para $\forall t,i,g : G_{\text{tipo}}(i,g) \neq 0$

$$\text{GA}(t,i,g) \geq \begin{cases} \text{GA}_{\text{min}} t(t,i,g), & \text{se } G_{\text{tipo}}(i,g)=1 \vee G_{\text{tipo}}(i,g)=2 \\ \sum_{P_n | \text{ord}(P_n)=1} \text{PcurvaR1}(P_n) \cdot y_{\text{Qturb}}(t), & \text{se } G_{\text{tipo}}(i,g)=3 \end{cases} \quad (166)$$

Cargas

- Limite máximo de potência ativa para cargas, aplica-se para $\forall t,i,c : C_{\text{tipo}}(i,c) \neq 0$

$$\text{CA}(t,i,c) \leq \begin{cases} \text{CA}_{\text{max}} t(t,i,c), & \text{se } C_{\text{tipo}}(i,c)=1 \\ \text{CtransGt}(t,i,c), & \text{se } C_{\text{tipo}}(i,c)=2 \\ \sum_{P_n | \text{ord}(P_n) = \# P_n} \text{PcurvaR2}(P_n) \cdot y_{\text{Qbomb}}(t), & \text{se } C_{\text{tipo}}(i,c)=3 \\ \text{Cvar MaxG}(i,c), & \text{se } C_{\text{tipo}}(i,c)=4 \end{cases} \quad (167)$$

- Limite mínimo de potência ativa para cargas, aplica-se para $\forall t,i,c : C_{\text{tipo}}(i,c) \neq 0$

$$\text{CA}(t,i,c) \geq \begin{cases} \text{CA}_{\text{min}} t(t,i,c), & \text{se } C_{\text{tipo}}(i,c)=1 \\ \text{CtransGt}(t,i,c), & \text{se } C_{\text{tipo}}(i,c)=2 \\ \sum_{P_n | \text{ord}(P_n)=1} \text{PcurvaR2}(P_n) \cdot y_{\text{Qbomb}}(t), & \text{se } C_{\text{tipo}}(i,c)=3 \\ 0, & \text{se } C_{\text{tipo}}(i,c)=4 \end{cases} \quad (168)$$

Funcionamento do aproveitamento hídrico

Albufeira de montante

- Limite superior de cada troço de caudal turbinado, aplica-se para $\forall t, P_n$

$$Q_{turb}(t) \leq \begin{cases} bQR1(P_n) + mQR1(P_n) \cdot \left[\sum_{i,g|Gtipo(i,g)=3} GA(t,i,g) \right] \\ + \left\{ Q_{turbmax} - [bQR1(P_n) + mQR1(P_n) \cdot P_{turbmin}] \right\} \\ \cdot (1 - y_{QnR1}(t, P_n)), \text{ se } ord(P_n) \neq \#P_n \\ Q_{turbmax} \cdot y_{QnR1}(t, P_n), \text{ se } ord(P_n) = \#P_n \end{cases} \quad (169)$$

- Limite inferior de cada troço de caudal bombado, aplica-se para $\forall t, P_n$

$$Q_{turb}(t) \geq \begin{cases} bQR1(P_n) + mQR1(P_n) \cdot \left[\sum_{i,g|Gtipo(i,g)=3} GA(t,i,g) \right] \\ - \left\{ bQR1(P_n) + mQR1(P_n) \cdot P_{turbmax} \right\} \\ \cdot (1 - y_{QnR1}(t, P_n)), \text{ se } ord(P_n) \neq \#P_n \\ Q_{turbmax} \cdot y_{QnR1}(t, P_n), \text{ se } ord(P_n) = \#P_n \end{cases} \quad (170)$$

- Altura da água da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$hR1(t) = \sum_{VnM} hcurvaR1(VnM) \cdot y_{VnR1}(t, VnM) \quad (171)$$

- Área superficial da água da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$AR1(t) = \sum_{VnM} AcurvaR1(VnM) \cdot y_{VnR1}(t, VnM) \quad (172)$$

- Limite mínimo absoluto do caudal turbinado, aplica-se para $\forall t$

$$Q_{turb}(t) \geq Q_{turbmin} \cdot y_{QnR1}(t, P_n) \quad (173)$$

- Limite máximo do caudal de descarga da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$Q_{descR1}(t) \leq Q_{descR1max} \cdot \sum_{VnM|ord(VnM)=\#VnM} y_{VnR1}(t, VnM) \quad (174)$$

- Caudal de evaporação da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$Q_{evapR1}(t) = EvapR1 \cdot AR1(t) \quad (175)$$

- Volume da albufeira de montante no final de cada instante da simulação, aplica-se para $\forall t$

$$\text{VolR1}(t) = \begin{cases} \text{VolR1i} \\ + (Q_{\text{bomb}}(t) - Q_{\text{turb}}(t) - Q_{\text{descR1}}(t) - Q_{\text{evapR1}}(t)) \cdot \text{deltat}, \\ \text{se } \text{ord}(t) = 1 \\ \text{VolR1}(t-1) \\ + (Q_{\text{bomb}}(t) - Q_{\text{turb}}(t) - Q_{\text{descR1}}(t) - Q_{\text{evapR1}}(t)) \cdot \text{deltat}, \\ \text{se } \text{ord}(t) \neq 1 \end{cases} \quad (176)$$

- Limite mínimo de volume da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$\text{VolR1}(t) \geq \sum_{VnM | \text{ord}(VnM)=1} V_{\text{curvaR1}}(VnM) \cdot (1 - \text{slack}) \quad (177)$$

- Limite máximo de volume da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$\text{VolR1}(t) \leq \sum_{VnM | \text{ord}(VnM) \neq \# VnM} V_{\text{curvaR1}}(VnM) \cdot (1 + \text{slack}) \quad (178)$$

- Limite mínimo de altura da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$hR1(t) \geq \sum_{VnM | \text{ord}(VnM)=1} h_{\text{curvaR1}}(VnM) \cdot (1 - \text{slack}) \quad (179)$$

- Limite máximo de altura da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$hR1(t) \leq \sum_{VnM | \text{ord}(VnM) \neq \# VnM} h_{\text{curvaR1}}(VnM) \cdot (1 + \text{slack}) \quad (180)$$

- Limite mínimo de área da superfície da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$AR1(t) \geq \sum_{VnM | \text{ord}(VnM)=1} A_{\text{curvaR1}}(VnM) \cdot (1 - \text{slack}) \quad (181)$$

- Limite máximo de área da superfície da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$AR1(t) \leq \sum_{VnM | \text{ord}(VnM) \neq \# VnM} A_{\text{curvaR1}}(VnM) \cdot (1 + \text{slack}) \quad (182)$$

- Impôr a seleção de um único valor da curva de caudal turbinado quando a turbinagem está ativa, aplica-se para $\forall t$

$$\sum_{Pn} y_{QnR1}(t, Pn) = y_{Qturb}(t) \quad (183)$$

- Impôr a seleção de um único valor da curva de volumes da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$\sum_{VnM} y_{VnR1}(t, VnM) = 1 \quad (184)$$

- Condição 1 para a seleção do valor correto da curva de potência da turbinagem, aplica-se para $\forall t, i, g: G_{\text{tipo}}(i, g) = 3$

$$\begin{aligned} GA(t, i, g) &\leq \sum_{Pn | \text{ord}(Pn) \neq \# Pn} y_{QnR1}(t, Pn) \cdot P_{\text{curvaR1}}(Pn + 1) \\ &+ \sum_{Pn | \text{ord}(Pn) = \# Pn} y_{QnR1}(t, Pn) \cdot P_{\text{curvaR1}}(Pn) \end{aligned} \quad (185)$$

- Condição 2 para a seleção do valor correto da curva de potência da turbinação, aplica-se para $\forall t, i, g: G_{tipo}(i, g) = 3$

$$GA(t, i, g) \geq \sum_{Pn} y_{QnR1}(t, Pn) \cdot P_{curvaR1}(Pn) \quad (186)$$

- Condição 1 para a seleção do valor correto da curva de volumes da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t, i, g: G_{tipo}(i, g) = 3$

$$\begin{aligned} VolR1(t) \leq & \sum_{VnM | ord(VnM) \neq \#VnM} y_{VnR1}(t, VnM) \cdot V_{curvaR1}(VnM + 1) \\ & + \sum_{VnM | ord(VnM) = \#VnM} y_{VnR1}(t, VnM) \cdot V_{curvaR1}(VnM) \end{aligned} \quad (187)$$

- Condição 2 para a seleção do valor correto da curva de volumes da albufeira de montante, aplica-se para $\forall t, i, g: G_{tipo}(i, g) = 3$

$$VolR1(t) \geq \sum_{VnM} y_{VnR1}(t, VnM) \cdot V_{curvaR1}(VnM) \quad (188)$$

Albufeira de jusante

- Limite superior de cada troço de caudal bombado, aplica-se para $\forall t, Pn$

$$Q_{bomb}(t) \leq \begin{cases} b_{QR2}(Pn) + m_{QR2}(Pn) \cdot \left[\sum_{i, c | C_{tipo}(i, c) = 3} CA(t, i, c) \right] \\ + \left\{ Q_{bombmax} - \left[b_{QR2}(Pn) + m_{QR2}(Pn) \cdot P_{bombmin} \right] \right\} \\ \cdot (1 - y_{QnR2}(t, Pn)), \text{ se } ord(Pn) \neq \#Pn \\ Q_{bombmax} \cdot y_{QnR2}(t, Pn), \text{ se } ord(Pn) = \#Pn \end{cases} \quad (189)$$

- Limite inferior de cada troço de caudal bombado, aplica-se para $\forall t, Pn$

$$Q_{bomb}(t) \geq \begin{cases} b_{QR2}(Pn) + m_{QR2}(Pn) \cdot \left[\sum_{i, c | C_{tipo}(i, c) = 3} CA(t, i, c) \right] \\ - \left\{ b_{QR2}(Pn) + m_{QR2}(Pn) \cdot P_{bombmax} \right\} \\ \cdot (1 - y_{QnR2}(t, Pn)), \text{ se } ord(Pn) \neq \#Pn \\ Q_{bombmax} \cdot y_{QnR2}(t, Pn), \text{ se } ord(Pn) = \#Pn \end{cases} \quad (190)$$

- Altura da água da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$hR2(t) = \sum_{VnJ} h_{curvaR2}(VnJ) \cdot y_{VnR2}(t, VnJ) \quad (191)$$

- Área superficial da água da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$AR2(t) = \sum_{VnJ} AcurvaR2(VnJ) \cdot yVnR1(t, VnJ) \quad (192)$$

- Limite mínimo absoluto do caudal bombado, aplica-se para $\forall t$

$$Qturb(t) \geq Qturbmin \cdot yQturb(t) \quad (193)$$

- Limite máximo do caudal de descarga da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$QdescR2(t) \leq QdescR2max \cdot \sum_{VnJ | ord(VnJ) = \#VnJ} yVnR2(t, VnJ) \quad (194)$$

- Caudal de evaporação da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$QevapR2(t) = EvapR2 \cdot AR2(t) \quad (195)$$

- Caudal de infiltração da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$Qinf(t) = infilt1 + infilt2 \cdot hR2(t) \quad (196)$$

- Volume da albufeira de jusante no final de cada instante da simulação, aplica-se para $\forall t$

$$VolR2(t) = \begin{cases} VolR2i \\ + \left[\begin{aligned} &Qriot(t) + Qturb(t) - Qbomb(t) + QdescR1(t) \\ &- QdescR2(t) - Qinf(t) - QevapR2(t) \end{aligned} \right] \cdot \text{deltat}, & \text{se } ord(t) = 1 \\ VolR2(t-1) \\ + \left[\begin{aligned} &Qriot(t) + Qturb(t) - Qbomb(t) + QdescR1(t) \\ &- QdescR2(t) - Qinf(t) - QevapR2(t) \end{aligned} \right] \cdot \text{deltat}, & \text{se } ord(t) \neq 1 \end{cases} \quad (197)$$

- Limite mínimo de volume da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$VolR2(t) \geq \sum_{VnJ | ord(VnJ) = 1} VcurvaR2(VnJ) \cdot (1 - slack) \quad (198)$$

- Limite máximo de volume da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$VolR2(t) \leq \sum_{VnJ | ord(VnJ) = \#VnJ} VcurvaR2(VnJ) \cdot (1 + slack) \quad (199)$$

- Limite mínimo de altura da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$hR2(t) \geq \sum_{VnJ | ord(VnJ) = 1} hcurvaR2(VnJ) \cdot (1 - slack) \quad (200)$$

- Limite máximo de altura da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$hR2(t) \leq \sum_{VnJ | ord(VnJ) = \#VnJ} hcurvaR2(VnJ) \cdot (1 + slack) \quad (201)$$

- Limite mínimo de área da superfície da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$AR2(t) \geq \sum_{VnJ | ord(VnJ) = 1} AcurvaR2(VnJ) \cdot (1 - slack) \quad (202)$$

- Limite máximo de área da superfície da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$AR2(t) \leq \sum_{VnJ | \text{ord}(VnJ) \neq \# VnJ} AcurvaR2(VnJ) \cdot (1 + \text{slack}) \quad (203)$$

- Impôr a seleção de um único valor da curva de caudal bombado quando a bombagem está ativa, aplica-se para $\forall t$

$$\sum_{Pn} yQnR2(t, Pn) = yQbomb(t) \quad (204)$$

- Impôr a seleção de um único valor da curva de volumes da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t$

$$\sum_{VnJ} yVnR2(t, VnJ) = 1 \quad (205)$$

- Condição 1 para a seleção do valor correto da curva de potência da bombagem, aplica-se para $\forall t, i, c: Ctipo(i, c) = 3$

$$CA(t, i, c) \leq \sum_{Pn | \text{ord}(Pn) \neq \# Pn} yQnR2(t, Pn) \cdot PcurvaR2(Pn + 1) + \sum_{Pn | \text{ord}(Pn) = \# Pn} yQnR2(t, Pn) \cdot PcurvaR2(Pn) \quad (206)$$

- Condição 2 para a seleção do valor correto da curva de potência da bombagem, aplica-se para $\forall t, i, c: Ctipo(i, c) = 3$

$$CA(t, i, c) \geq \sum_{Pn} yQnR2(t, Pn) \cdot PcurvaR2(Pn) \quad (207)$$

- Condição 1 para a seleção do valor correto da curva de volumes da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t, i, c: Ctipo(i, c) = 3$

$$VolR2(t) \leq \sum_{VnJ | \text{ord}(VnJ) \neq \# VnJ} yVnR2(t, VnJ) \cdot VcurvaR2(VnJ + 1) + \sum_{VnJ | \text{ord}(VnJ) = \# VnJ} yVnR2(t, VnJ) \cdot VcurvaR2(VnJ) \quad (208)$$

- Condição 2 para a seleção do valor correto da curva de volumes da albufeira de jusante, aplica-se para $\forall t, i, c: Ctipo(i, c) = 3$

$$VolR2(t) \geq \sum_{VnJ} yVnR2(t, VnJ) \cdot VcurvaR2(VnJ) \quad (209)$$

Controlo lógico

- Tornar a turbinagem e bombagem mutuamente exclusivas, aplica-se para $\forall t$

$$yQturb(t) + yQbomb(t) \leq 1 \quad (210)$$

- Ativar turbinagem quando há volume na albufeira de montante e há défice de produção renovável suficiente para a potência mínima, aplica-se para $\forall t$

$$yEstado2(t) + yQturb(t) + \sum_{VnM | \text{ord}(VnM) \leq 2} yVnR1(t, VnM) \geq 1 \quad (211)$$

- Ativar bombagem quando há volume na albufeira de jusante e há excesso de produção renovável suficiente para a potência mínima, aplica-se para $\forall t$

$$1 - y_{\text{Estado4}}(t) + y_{\text{Qbomb}}(t) + \sum_{VnJ | \text{ord}(VnJ)=1} y_{VnR2}(t, VnJ) \geq 1 \quad (212)$$

- Desativar *diesel* quando a hídrica satisfaz as necessidades de produção e há volume na albufeira de montante, aplica-se para $\forall t$

$$y_{\text{Die}}(t) + y_{\text{Estado1}}(t) - y_{\text{Estado2}}(t) \leq 1 + \sum_{VnM | \text{ord}(VnM) \leq 2} y_{VnR1}(t, VnM) \quad (213)$$

- Desativar *diesel* quando há excesso de produção renovável, aplica-se para $\forall t$

$$y_{\text{Die}}(t) + y_{\text{Estado3}}(t) \leq 1 \quad (214)$$

- Desativar turbinagem quando há excesso de produção renovável, aplica-se para $\forall t$

$$y_{\text{Qturb}}(t) + y_{\text{Estado3}}(t) \leq 1 \quad (215)$$

- Desativar bombagem quando há défice de produção renovável, aplica-se para $\forall t$

$$y_{\text{Qbomb}}(t) + 1 - y_{\text{Estado3}}(t) \leq 1 \quad (216)$$

- Condição 1 de definição de **yEstado1(t)**, , aplica-se para $\forall t$

$$\begin{aligned} & P_{\text{turb max}} + \sum_{i,g | \text{Gtipo}(i,g)=1} GA(t, i, g) + \sum_{i,g | \text{Gtipo}(i,g)=2} GA_{\text{min } t}(t, i, g) \\ & \geq \sum_{i,c | \text{Ctipo}(i,c)=1} CA(t, i, c) + \sum_{i,c | \text{Ctipo}(i,c)=2} CA(t, i, c) \\ & - (1 - y_{\text{Estado1}}(t)) \cdot \left[\sum_{i,c | \text{Ctipo}(i,c)=1} CA_{\text{min } t}(t, i, c) + \sum_{i,c | \text{Ctipo}(i,c)=2} C_{\text{transGt}}(t, i, c) \right] \end{aligned} \quad (217)$$

- Condição 2 de definição de **yEstado1(t)**, , aplica-se para $\forall t$

$$\begin{aligned} & \sum_{i,c | \text{Ctipo}(i,c)=1} CA(t, i, c) + \sum_{i,c | \text{Ctipo}(i,c)=2} CA(t, i, c) \\ & \geq P_{\text{turb max}} + \sum_{i,g | \text{Gtipo}(i,g)=1} GA(t, i, g) + \sum_{i,g | \text{Gtipo}(i,g)=2} GA_{\text{min } t}(t, i, g) \\ & - y_{\text{Estado1}}(t) \cdot \left[P_{\text{turb max}} + \sum_{i,g | \text{Gtipo}(i,g)=1} GA_{\text{max } t}(t, i, g) + \sum_{i,g | \text{Gtipo}(i,g)=2} GA_{\text{min } t}(t, i, g) \right] \end{aligned} \quad (218)$$

- Condição 1 de definição de **yEstado2(t)**, , aplica-se para $\forall t$

$$\begin{aligned}
 & P_{\text{turb min}} + \sum_{i,g|G_{\text{tipo}}(i,g)=1} GA(t,i,g) + \sum_{i,g|G_{\text{tipo}}(i,g)=2} GA_{\text{min } t}(t,i,g) \\
 & \geq \sum_{i,c|C_{\text{tipo}}(i,c)=1} CA(t,i,c) + \sum_{i,c|C_{\text{tipo}}(i,c)=2} CA(t,i,c) \\
 & - (1 - y_{\text{Estado2}}(t)) \cdot \left[\sum_{i,c|C_{\text{tipo}}(i,c)=1} CA_{\text{min } t}(t,i,c) + \sum_{i,c|C_{\text{tipo}}(i,c)=2} C_{\text{transGt}}(t,i,c) \right]
 \end{aligned} \tag{219}$$

- Condição 2 de definição de **yEstado2(t)**, , aplica-se para $\forall t$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i,c|C_{\text{tipo}}(i,c)=1} CA(t,i,c) + \sum_{i,c|C_{\text{tipo}}(i,c)=2} CA(t,i,c) \\
 & \geq P_{\text{turb min}} + \sum_{i,g|G_{\text{tipo}}(i,g)=1} GA(t,i,g) + \sum_{i,g|G_{\text{tipo}}(i,g)=2} GA_{\text{min } t}(t,i,g) \\
 & - y_{\text{Estado2}}(t) \cdot \left[P_{\text{turb min}} + \sum_{i,g|G_{\text{tipo}}(i,g)=1} GA_{\text{max } t}(t,i,g) + \sum_{i,g|G_{\text{tipo}}(i,g)=2} GA_{\text{min } t}(t,i,g) \right]
 \end{aligned} \tag{220}$$

- Condição 1 de definição de **yEstado3(t)**, , aplica-se para $\forall t$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i,g|G_{\text{tipo}}(i,g)=1} GA(t,i,g) + \sum_{i,g|G_{\text{tipo}}(i,g)=2} GA_{\text{min } t}(t,i,g) \\
 & \geq \sum_{i,c|C_{\text{tipo}}(i,c)=1} CA(t,i,c) + \sum_{i,c|C_{\text{tipo}}(i,c)=2} CA(t,i,c) \\
 & - (1 - y_{\text{Estado3}}(t)) \cdot \left[\sum_{i,c|C_{\text{tipo}}(i,c)=1} CA_{\text{min } t}(t,i,c) + \sum_{i,c|C_{\text{tipo}}(i,c)=2} C_{\text{transGt}}(t,i,c) \right]
 \end{aligned} \tag{221}$$

- Condição 2 de definição de **yEstado3(t)**, , aplica-se para $\forall t$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i,c|C_{\text{tipo}}(i,c)=1} CA(t,i,c) + \sum_{i,c|C_{\text{tipo}}(i,c)=2} CA(t,i,c) \\
 & \geq \sum_{i,g|G_{\text{tipo}}(i,g)=1} GA(t,i,g) + \sum_{i,g|G_{\text{tipo}}(i,g)=2} GA_{\text{min } t}(t,i,g) \\
 & - y_{\text{Estado3}}(t) \cdot \left[\sum_{i,g|G_{\text{tipo}}(i,g)=1} GA_{\text{max } t}(t,i,g) + \sum_{i,g|G_{\text{tipo}}(i,g)=2} GA_{\text{min } t}(t,i,g) \right]
 \end{aligned} \tag{222}$$

- Condição 1 de definição de **yEstado4(t)**, , aplica-se para $\forall t$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i,g|Gtipo(i,g)=1} GA(t,i,g) + \sum_{i,g|Gtipo(i,g)=2} GA \min t(t,i,g) \\
 & \geq Pbomb \min + \sum_{i,c|Ctipo(i,c)=1} CA(t,i,c) + \sum_{i,c|Ctipo(i,c)=2} CA(t,i,c) \\
 & - (1 - yEstado4(t)) \cdot \left[\begin{aligned} & Pbomb \min + \sum_{i,c|Ctipo(i,c)=1} CA \min t(t,i,c) \\ & + \sum_{i,c|Ctipo(i,c)=2} CtransGt(t,i,c) \end{aligned} \right] \tag{223}
 \end{aligned}$$

- Condição 2 de definição de **yEstado4(t)**, , aplica-se para $\forall t$

$$\begin{aligned}
 & Pbomb \min + \sum_{i,c|Ctipo(i,c)=1} CA(t,i,c) + \sum_{i,c|Ctipo(i,c)=2} CA(t,i,c) \\
 & \geq \sum_{i,g|Gtipo(i,g)=1} GA(t,i,g) + \sum_{i,g|Gtipo(i,g)=2} GA \min t(t,i,g) \\
 & - yEstado4(t) \cdot \left[\sum_{i,g|Gtipo(i,g)=1} GA \max t(t,i,g) + \sum_{i,g|Gtipo(i,g)=2} GA \min t(t,i,g) \right] \tag{224}
 \end{aligned}$$